

ELEKTRONSKI FAKULTET – NIŠ  
KATEDRA ZA ELEKTRONIKU  
predmet: ELEKTRONIKA  
Godina 2006/2007

## RAČUNSKE VEŽBE IZ PREDMETA ELEKTRONIKA

**I deo**



## 1. JEDNOSMERNI REŽIM

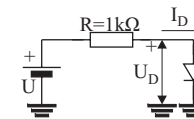
### 1.1. ZADATAK

Karakteristika silicijumske diode u kolu sa slike (Slika 1.1.1) može se aproksimirati izrazom:

$$(1.1.1) \quad I_D = I_s \cdot e^{U_D/U_T},$$

pri čemu je  $I_s = 10^{-9}$  A. Izračunati statičku i dinamičku otpornost diode ako je:

- $U = 10$  V
- $U = 5$  V.



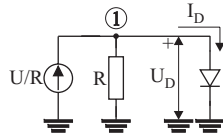
Slika 1.1.1

### REŠENJE:

a) Statička i dinamička otpornost diode, kao nelinearnog elementa, funkcije su radne tačke te bi za njihovo određivanje bilo neophodno izračunati struju i napon na diodi. Analiza kola sa slike može se olakšati transformacijom naponskog generatora u strujni, kao što je to prikazano na slici (Slika 1.1.2). Sada je za ovo kolo moguće pisati da je zbir svih struja koje ističu iz čvora (1) jednak nuli, tj:

$$(1.1.2) \quad -U/R + U_D/R + I_D = 0,$$

tako da bi (1.1.2) zajedno sa (1.1.1) činile sistem nelinearnih jednačina kojim je opisano dato kolo.



Slika 1.1.2

Naime, dioda u kolu slike (Slika 1.1.2) je očigledno direktno polarisana, što povlači za sobom da je pad napona na njoj mali. Samim tim je i struja kroz otpornik, ( $U_D/R$ ), zanemarljivo mala u odnosu na struju kroz diodu, tako da je sada moguće pisati da je, približno, struja kroz diodu jednaka:

$$(1.1.3) \quad I_D = U/R = 10\text{mA}.$$

Na osnovu (1.1.1) može se odrediti vrednost napona na diodi:

$$(1.1.4) \quad U_D = U_T \cdot \ln(I_D/I_S) = 0,4\text{V},$$

te bi statička otpornost diode bila:

$$(1.1.5) \quad R_S = U_D/I_D = 40\Omega.$$

Iz izraza za dinamičku otpornost diode:

$$(1.1.6) \quad R_D = \frac{dU_D}{dI_D} = \left[ \frac{dI_D}{dU_D} \right]^{-1},$$

diferenciranjem izraza (1.1.1) po  $U_D$  i smenjivanjem dobijenog rezultata u (1.1.6) lako se dobija:

$$(1.1.7) \quad R_i = U_T/I_D = 2,6\Omega.$$

Provere radi, za napon od  $U_D = 0,4\text{V}$  dobijen iz (1.1.4), kroz otpornik  $R$ , sa slike (Slika 1.1.2), protiče struja  $U_D/R = 0,4\text{mA}$ , što je znatno manje od  $U/R = 10\text{mA}$ .

b) Analogno prethodnom postupku dobija se da je u ovom slučaju:  $I_D = 5\text{mA}$ ,  $U_D = 0,25\text{V}$ ,  $R_S = 50\Omega$ ,  $R_i = 5,2\Omega$ .

Napomena: Upoređivanjem brojnih vrednosti statičke i dinamičke otpornosti diode za istu radnu tačku, može se zaključiti da je  $R_S > R_i$ , kao i da oblasti većih struja kroz diodu odgovaraju manje vrednosti otpornosti.

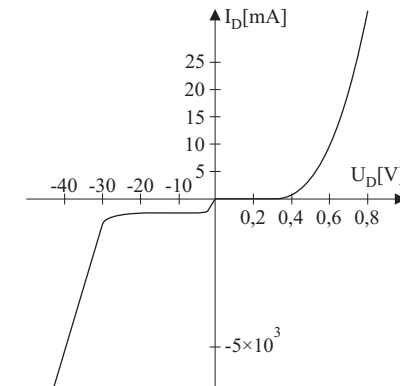
## 1.2. ZADATAK

Koristeći metod aproksimacije linearnim segmentima za diodu, čija je karakteristika data na slici (Slika 1.2.1), konstruisati linearne modele za svaku oblast rada.

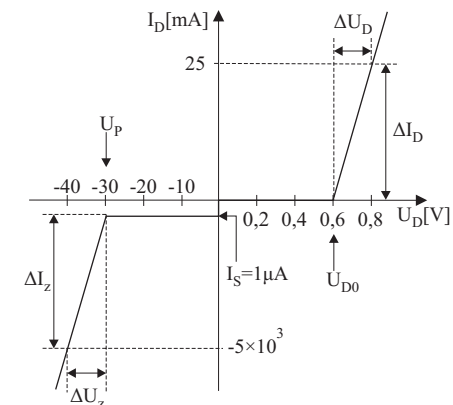
### REŠENJE:

Kako se iz prethodnih zadataka vidi, analiza kola sa diodama neminovno je povezana sa rešavanjem nelinearnih jednačina, što je posledica nelinearnosti karakteristike diode. Zato se za približnu analizu (koja je najčešće zadovoljavajuće tačna) koristi linearizovani model diode koji će ovde biti definisan. Da bi se došlo do linearizovanog modela diode, karakteristiku sa slike (Slika 1.2.1) treba što tačnije aproksimirati linearnim segmentima. Jedna linearizacija karakteristike prikazana je na slici (Slika 1.2.2). Realna karakteristika diode zamenjena je karakteristikom koja je sačinjena od četiri linearna segmenta, te se može reći da se radna tačka diode može naći u jednoj od četiri oblasti:

- za  $U_D \leq U_P$  - oblast proboja;
- za  $U_P \leq U_D \leq 0$  - oblast inverzne polarizacije;
- za  $0 \leq U_D \leq U_{D0}$  - oblast neprovođenja pri direktnoj polarizaciji;
- za  $U_D \geq U_{D0}$  - oblast provođenja pri direktnoj polarizaciji.

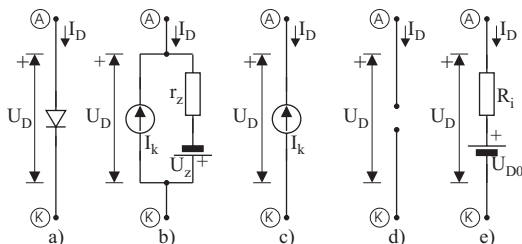


Slika 1.2.1



Slika 1.2.2

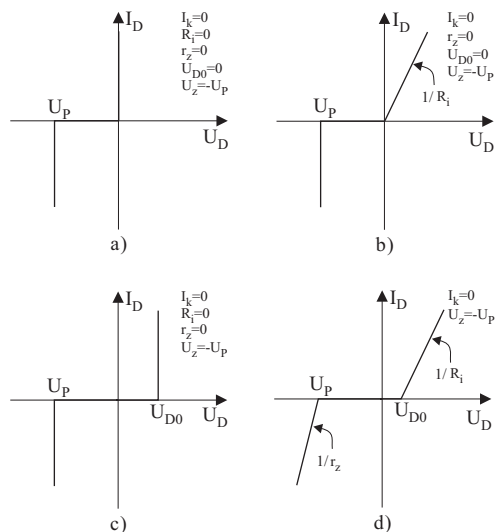
Na slici (Slika 1.2.3) prikazani su linearizovani modeli za svaku pomenutu oblast. Koristeći oznake sa slike (Slika 1.2.2), parametri modela su:  $U_z = -U_p = 30 \text{ V}$ ,  $r_z = \Delta U_z / \Delta I_z = 2 \Omega$ ,  $I_k = I_s = 1 \mu\text{A}$ ,  $U_{D0} = 0,6 \text{ V}$ ,  $R_i = \Delta U_D / \Delta I_D = 8 \Omega$ .



Slika 1.2.3

Na slici (Slika 1.2.3.a) prikazan je simbol diode. Na slici (Slika 1.2.3.b) prikazan je model diode za oblast proboja. Na slici (Slika 1.2.3.c) prikazan je model diode za oblast inverzne polarizacije. Na slici (Slika 1.2.3.d) prikazan je model diode za oblast neprovođenja pri direktnoj polarizaciji. Na slici (Slika 1.2.3.e) prikazan je model diode za oblast provođenja pri direktnoj polarizaciji.

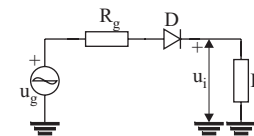
*Napomena:* Ako je reč o kvalitetnoj diodi ili ako grublja aproksimacija karakteristike diode ne izaziva velike greške pri analizi kola, moguće je upotrebiti i neku od aproksimacija koje su zajedno sa parametrima modela, prikazane na slici (Slika 1.2.4).



Slika 1.2.4

### 1.3. ZADATAK

Napon pobudnog generatora u kolu sa slike (Slika 1.3.1) menja se po zakonu  $u_g(t) = U_m \cdot \sin \omega t$ , gde je  $U_m = 10 \text{ V}$ . Parametri modela diode su:  $U_{D0} = 0 \text{ V}$ ,  $R_i = 200 \Omega$ ,  $I_k = 0 \text{ A}$ ,  $U_z \gg U_m$ . Poznato je  $R_g = 100 \Omega$ ,  $R_p = 9,7 \text{ k}\Omega$ . Odrediti talasni oblik napona na potrošaču.



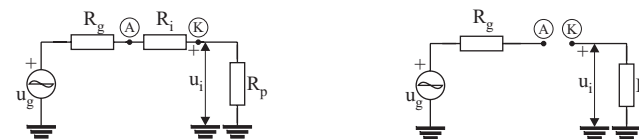
Slika 1.3.1

#### REŠENJE:

Po opisu karakteristike diode da se zaključiti da je u ovom slučaju upotrebljena aproksimacija prikazana na slici (Slika 1.2.4.b), gde je probojni napon diode  $U_p \ll -U_m$ , tako da ne postoji mogućnost da dioda D, u kolu sa slike (Slika 1.3.1), uđe u oblast proboja.

Sa druge strane, pobuda kola je prostoperiodična te se na osnovu prethodnog razmatranja može reći da će u pozitivnoj poluperiodi, ili za  $2k\pi \leq \omega t \leq (2k+1)\pi$ ,  $k = 0, 1, 2, \dots$ , dioda biti direktno polarisana, i da će za njeno predstavljanje biti korišćen model sa slike (Slika 1.2.3.e) sa  $U_{D0} = 0 \text{ V}$ . U negativnoj poluperiodi, kada je  $(2k+1)\pi \leq \omega t \leq 2k\pi$ ,  $k = 0, 1, 2, \dots$ , dioda će biti inverzno polarisana, te je treba predstaviti modelom sa slike (Slika 1.2.3.c), koji je, s obzirom da je  $I_k = 0$ , identičan sa modelom sa slike (Slika 1.2.3.d).

Na slici (Slika 1.3.2) prikazano je kolo koje je ekvivalentno kolu sa slike (Slika 1.3.1) tokom pozitivne poluperiode.



Slika 1.3.2

Slika 1.3.3

U tom slučaju napon na potrošaču dat je izrazom:

$$(1.3.1) \quad u_i(t) = \frac{R_p}{R_p + r_D + R_g} \cdot u_g(t),$$

ili, ako se smeni izraz za  $u_g(t)$ :

$$(1.3.2) \quad u_i(t) = U_{im} \cdot \sin \omega t,$$

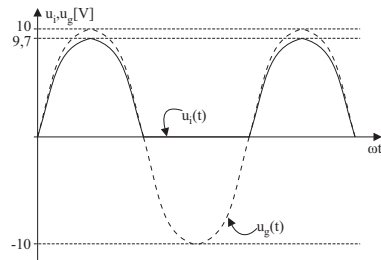
pri čemu je:

$$(1.3.3) \quad U_{im} = \frac{R_p}{R_p + r_D + R_g} \cdot U_m = 9,7V.$$

Kolo koje je ekvivalentno kolu sa slike (Slika 1.3.1) tokom negativne poluperiode, prikazano je na slici (Slika 1.3.3). U ovom slučaju je očigledno:

$$(1.3.4) \quad u_i(t) = 0.$$

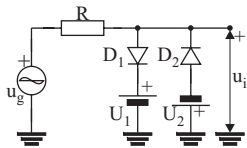
Znači, za pozitivnu poluperiodu napon na potrošaču dat je izrazom (1.3.2), a za negativnu, izrazom (1.3.4). Grafički prikaz ovog rezultata dat je na slici (Slika 1.3.4). Talasni oblik napona pobudnog generatora prikazan je isprekidanom, a napona na potrošaču punom linijom.



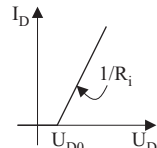
Slika 1.3.4

## 1.4. ZADATAK

Nacrtati prenosnu karakteristiku,  $u_i = f(u_g)$ , kola sa slike (Slika 1.4.1) za  $-5V \leq u_g \leq 5V$ , ako je poznato  $R = 800\Omega$ ,  $U_1 = 2V$ ,  $U_2 = 3V$ . Diode su identičnih parametara:  $R_i = 200\Omega$ ,  $U_{D0} = 0,6V$ ,  $I_k = 0A$ , a probojni napon dioda dovoljno je negativan da diode ne ulaze u oblast proboja za pomenuti opseg promena ulaznog napona,  $u_g$ .



Slika 1.4.1



Slika 1.4.2

### REŠENJE:

Na slici (Slika 1.4.2) prikazana je aproksimacija karakteristika dioda  $D_1$  i  $D_2$  za ovaj slučaj.

Kolo, prikazano na slici (Slika 1.4.1) predstavlja kolo ograničavača, koje se, zavisno od vrednosti napona pobudnog generatora, može naći u tri oblasti rada. Oblast rada u kojoj dioda  $D_2$  vodi, a  $D_1$  ne, označimo kao prvu oblast rada kada obe diode ne vode kao drugu oblast rada kada dioda  $D_1$  vodi, a  $D_2$  ne, kao treću oblast rada. Lako se može dokazati da ne postoji oblast rada u kojoj obe diode vode. Da bi dioda  $D_1$  vodila, mora da važi:

$$(1.4.1) \quad u_i - U_1 \geq U_{D0},$$

a da bi dioda  $D_2$  vodila, mora da bude:

$$(1.4.2) \quad -U_2 - u_i \geq U_{D0}.$$

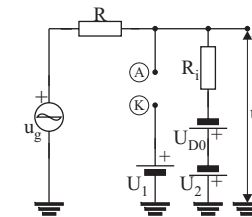
Kako rešenje sistema nejednačina (1.4.1) i (1.4.2) ne postoji, to znači da diode  $D_1$  i  $D_2$  ne mogu istovremeno biti u provodnoj oblasti rada.

Donju i gornju granicu jedne oblasti rada kola definišimo kao minimalnu i maksimalnu vrednost pobudnog napona za koje se kolo nalazi u toj oblasti rada. Kako je unutar jedne oblasti rada, korišćenjem linearizovanog modela diode, moguće odrediti približan izraz za izlazni napon u zatvorenom obliku, to se analiza ovakvih kola svodi na nalaženje granica i izraza za izlazni napon za svaku oblast rada.

Analiza ovog kola će se odvijati na sledeći način. Najpre će biti izabrana vrednost  $u_g$  na donjoj granici zadatog opsega, dakle,  $u_g = -5V$ . Time se stvaraju uslovi za početak analize. Zatim, pretpostavimo da su obe diode zakočene. Onda je  $u_i = -5V$ . Sada treba ovu vrednost napona  $u_i$  odrediti napone na diodama:

$$U_{D1} = -5V - U_1 = -7V \text{ i}$$

$$U_{D2} = U_2 - (-5V) = 8V.$$



Slika 1.4.3

Pošto dobijamo da je  $D_2$  direktno polarisana, zaključujemo da je pretpostavka netačna. Dobijeni rezultat, međutim, upućuje na narednu pretpostavku:  $D_1$  zakočena, a  $D_2$  vodi. Za ovaj slučaj možemo da koristimo kolo prikazano na slici (Slika 1.4.3). Dobija se:

$$(1.4.3) \quad (u_i - u_g)/R + (u_i + U_{D0} + U_2)/R_i = 0,$$

odnosno:

$$(1.4.4) \quad u_i = \frac{R_i}{R + r_D} \cdot u_g - \frac{R}{R + R_i} \cdot (U_2 + U_{D0}),$$

što predstavlja pravu liniju kojom se aproksimira prenosna karakteristika ovog kola za ulazne napone na donjoj granici opsega pobudnog napona.

Porastom napona  $u_g$  raste izlazni napon odnosno potencijal katode  $D_2$  i anode  $D_1$ . To znači da će jednog trenutka dioda  $D_2$  da se zakoči, a dioda  $D_1$  da provede. Da bi utvrdili šta će se najpre desiti određujemo potreban potencijal na izlazu da bi  $D_1$  provela:

$$u_{iA} = U_1 + U_{D0} = 2,6V,$$

i potreban potencijal na izlazu da bi se dioda  $D_2$  zakočila:

$$u_{iB} = -U_2 - U_{D0} = -3,6V.$$

Na osnovu ovih brojnih vrednosti zaključujemo da će se pri porastu  $u_g$ , najpre zakočiti  $D_2$ , a zatim će (možda)  $D_1$  provesti.

Potrebna vrednost ulaznog napona da bi se  $D_2$  zakočila dobija se rešavanjem:

$$u_i = -3,6V = \frac{R_i}{R + R_i} \cdot u_g - \frac{R}{R + R_i} \cdot (U_2 + U_{D0}),$$

što daje  $u_g = -3,6 V$ .

Iznad ove vrednosti  $u_g$  obe diode će biti zakočene, pa će važiti:

$$(1.4.5) \quad u_i = u_g,$$

što predstavlja pravu liniju kojom se aproksimira prenosna karakteristika ovog kola za ulazne napone veće od  $-3,6 V$ , tj,  $u_g \geq -3,6 V$ .

Daljim porastom napona  $u_g$ ,  $D_2$  će ostati zakočena zato što raste potencijal njene katode. Ako, međutim, izlazni napon premaši  $u_{iA}$ , dioda  $D_1$  će provesti. Potrebna vrednost ulaznog napona dobija se iz (1.4.5) kao:

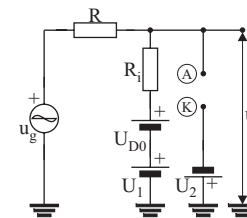
$$u_g = u_{iA} = 2,6 V.$$

Za ulazne napone veće od  $2,6 V$  vodi dioda  $D_1$ , a dioda  $D_2$  je zakočena. Izlazni napon se može odrediti analizom kola sa slike (Slika 1.4.4). Dobija se:

$$(1.4.6) \quad (u_i - u_g)/R + (u_i - U_{D0} - U_1)/R_i = 0$$

odnosno:

$$(1.4.7) \quad u_i = \frac{R_i}{R + r_D} \cdot u_g + \frac{R}{R + R_i} \cdot (U_1 + U_{D0}).$$



Slika 1.4.4

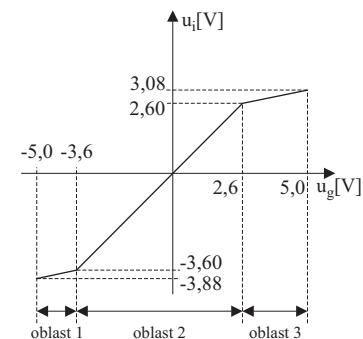
Prema tome, u svim oblastima rada, izlazni napon se može predstaviti sledećim izrazom:

$$(1.4.8) \quad u_i = \begin{cases} \frac{R_i}{R + R_i} \cdot u_g - \frac{R}{R + R_i} \cdot (U_2 + U_{D0}), & \text{za } -5V \leq u_g \leq u_{iA} \\ u_g, & \text{za } u_{iA} \leq u_g \leq u_{iB} \\ \frac{R_i}{R + R_i} \cdot u_g + \frac{R}{R + R_i} \cdot (U_1 + U_{D0}), & \text{za } u_{iB} \leq u_g \leq 5V \end{cases}$$

Posle smenjivanja brojnih vrednosti u izraz (1.4.8) dobija se da je tražena prenosna karakteristika kola data:

$$(1.4.9) \quad u_i = \begin{cases} 0,2 \cdot u_g - 2,88V; & \text{za } -5V \leq u_g \leq -3,6V \\ u_g; & \text{za } -3,6V \leq u_g \leq 2,6V \\ 0,2 \cdot u_g + 2,08V; & \text{za } 2,6V \leq u_g \leq 5V \end{cases}$$

Grafički prikaz ove karakteristike dat je na slici (Slika 1.4.5).

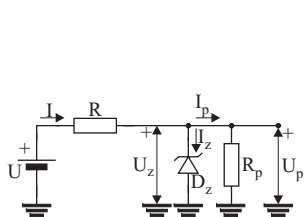


Slika 1.4.5

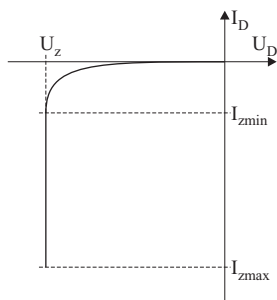
## 1.5. ZADATAK

Zener dioda u kolu sa slike (Slika 1.5.1) definisana je sa  $U_z = -U_p = 50\text{ V}$  ako se struja diode nađe u opsegu  $I_{z\min} \leq I_z \leq I_{z\max}$ , gde je  $I_{z\min} = 5\text{ mA}$ ;  $I_{z\max} = 40\text{ mA}$ . Napon izvora za napajanje je  $U = 200\text{ V}$ .

- Odrediti vrednost otpornosti  $R$  koja obezbeđuje linearnu promenu struje potrošača u opsegu regulacije od  $I_{p\min} = 0$  do  $I_{p\max}$ . Kolika je  $I_{p\max}$ ?
- Ako se za  $R$  usvoji vrednost izračunata u prethodnom delu zadatka i ako je struja potrošača  $I_p = 25\text{ mA}$ , u kojim granicama može varirati napon izvora za napajanje, a da kolo ostane u opsegu regulacije?



Slika 1.5.1



Slika 1.5.2

### REŠENJE:

Kolo sa slike (Slika 1.5.1) predstavlja jedno od najprostijih kola stabilizatora napona. Ono ima za zadatak da obezbedi konstantan napon na potrošaču, bez obzira na promene struje potrošača,  $I_p$ , odnosno otpornosti  $R_p$ , i napona baterije za napajanje. U tu svrhu iskorišćena je osobina inverzno polarisane diode koja radi u oblasti proboja, da je u velikom opsegu promene struje napon na diodi približno konstantan. To znači da je radna oblast Zener diode, negativno proboja. Kako je u oblasti proboja dioda inverzno polarisana, da bi se izbegao nepotreban rad sa negativnim vrednostima, napon na Zener diodi,  $U_{\text{inv}} = -U_p$ , će biti definisan kao napon između katode i anode, a za pozitivan smer struje  $I_z$  usvojicemo smer od katode ka anodi. Primetimo da su ovako usvojeni smerovi napona i struje diode suprotni od onih koji su korišćeni pri opisivanju običnih dioda.

Važno je uočiti da ako struja Zener diode,  $I_z$ , zadovoljava nejednakost:

$$(1.5.1) \quad I_{z\min} \leq I_z \leq I_{z\max}$$

tada je napon na diodi:

$$(1.5.2) \quad U_{\text{inv}} = U_z$$

Da bi važila jednakost (1.5.2), struja kroz Zener diodu mora biti veća od  $I_{z\min}$  kako bi se izbegla nelinearnost pri malim strujama (vidi sliku (Slika 1.5.2)). Maksimalna struja  $I_{z\max}$ , definisana je maksimalno dozvoljenom disipacijom na diodi. Ako je ispunjena

jednakost (1.5.2), kaže se da se kolo nalazi u opsegu regulacije, odnosno da je obezbeđen ispravan i siguran rad kola.

a) Za kolo sa slike (Slika 1.5.1) može se pisati:

$$(1.5.3) \quad I = I_z + I_p$$

Imajući u vidu (1.5.2), struja  $I$  može se izraziti i kao:

$$(1.5.4) \quad I = (U - U_z)/R$$

Kako su sve veličine u izrazu (1.5.4) konstantne, pod uslovom da je kolo u opsegu regulacije, to je i struja  $I$  konstantna. Zbir struja  $I_z$  i  $I_p$  je na osnovu (1.5.3) takođe konstantan. Znači, povećanje struje potrošača izazvaće smanjenje struje kroz Zener diodu, i obrnuto. Drugim rečima, kada kroz potrošač teče maksimalna struja,  $I_{p\max}$ , kroz Zener diodu mora da teče minimalno dozvoljena struja  $I_{z\min}$ , i ako kroz potrošač teče minimalna,  $I_{p\min}$ , kroz Zener diodu struja ne bi smela da bude veća od  $I_{z\max}$ . Obezbeđivanjem prethodnih uslova obezbeđuje se rad kola u opsegu regulacije. Imajući u vidu izraz (1.5.3), može se reći da je:

$$(1.5.5) \quad I = I_z + I_p = I_{z\min} + I_{p\max} = I_{z\max} + I_{p\min} = c \text{ const.}$$

Kako je  $I_{p\min} = 0$ , a  $I_{z\max} = 40\text{ mA}$ , na osnovu (1.5.5) može se odrediti  $I$ :

$$(1.5.6) \quad I = I_{z\max} + I_{p\min} = 40\text{ mA}$$

Na osnovu (1.5.4), za otpornost  $R$  dobija se:

$$(1.5.7) \quad R = (U - U_z)/I = 3,75\text{ k}\Omega$$

Maksimalna struja kroz potrošač, može se odrediti iz (1.5.5):

$$(1.5.8) \quad I_{p\max} = I - I_{z\min} = 35\text{ mA}$$

b) Kako je  $R = 3,75\text{ k}\Omega$  i  $I_p = 25\text{ mA}$  napon baterije  $U$  može se menjati, ali da kolo ne bi izašlo iz opsega regulacije, struja  $I$  ne sme pasti ispod minimalne,  $I_{\min}$ , ili biti veća od maksimalne,  $I_{\max}$ . Ove dve vrednosti definisane su sledećim izrazima:

$$(1.5.9) \quad I_{\min} = I_p + I_{z\min} = 30\text{ mA}$$

i

$$(1.5.10) \quad I_{\max} = I_p + I_{z\max} = 65\text{ mA}$$

Na osnovu prethodna dva izraza nije teško zaključiti da su granice u kojima se napon baterije može menjati, a da se ne naruši ispravan rad kola, date sa:

$$(1.5.11) \quad E_{\min} = R \cdot I_{\min} + U_z = 162,5\text{ V}, \text{ i}$$

$$(1.5.12) \quad E_{\max} = R \cdot I_{\max} + U_z = 293,75\text{ V}.$$



## 1.6. ZADATAK

Koristeći Ebers-Molov model, naći izraz za baznu struju NPN tranzistora,  $I_B$ , u funkciji kolektorske struje,  $I_C$ , i napona između baze i kolektora,  $U_{BC}$ . čemu je jednaka bazna struja ako je kolektorski spoj inverzno polarisan?

### REŠENJE:

Simbol i model NPN tranzistora prikazani su na slici (Slika 1.6.1). Slično izrazima za PNP tranzistor, ovde će važiti:

$$(1.6.1) \quad I_1 = I_{es} \cdot \left[ e^{U_{BE}/U_T} - 1 \right],$$

$$(1.6.2) \quad I_2 = I_{cs} \cdot \left[ e^{U_{BC}/U_T} - 1 \right],$$

$$(1.6.3) \quad I_C = \alpha_d \cdot I_1 - I_2,$$

$$(1.6.4) \quad I_E = \alpha_r \cdot I_2 - I_1,$$

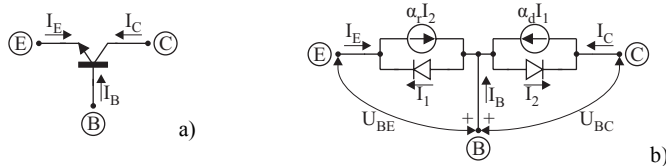
$$(1.6.5) \quad I_B = -I_E - I_C.$$

Na osnovu (1.6.4) i (1.6.5) je:

$$(1.6.6) \quad I_B = -\alpha_r \cdot I_2 + I_1 - I_C.$$

Iz (1.6.3) sledi da je:

$$(1.6.7) \quad I_1 = (I_C + I_2)/\alpha_d.$$



Slika 1.6.1

Smenom (1.6.7) u (1.6.6) dobija se da je bazna struja jednaka:

$$(1.6.8) \quad I_B = \frac{1-\alpha_d}{\alpha_d} \cdot I_C + \frac{1-\alpha_d \cdot \alpha_r}{\alpha_d} \cdot I_2.$$

Posle smene izraza za  $I_2$ , (1.6.8) postaje:

$$(1.6.9) \quad I_B = \frac{1-\alpha_d}{\alpha_d} \cdot I_C + \frac{1-\alpha_d \cdot \alpha_r}{\alpha_d} \cdot I_{cs} \cdot \left[ e^{U_{BC}/U_T} - 1 \right].$$

Time je završen prvi deo zadatka.

Ako je bazni spoj inverzno polarisan, onda je:

$$(1.6.10) \quad e^{U_{BC}/U_T} \ll 1,$$

jer je  $U_{BC} < 0$ , tako da se (1.6.9) može napisati u približnom obliku:

$$(1.6.11) \quad I_B = \frac{1-\alpha_d}{\alpha_d} \cdot I_C - \frac{1-\alpha_d \cdot \alpha_r}{\alpha_d} \cdot I_{cs}.$$

Ako se uzme u obzir da je:

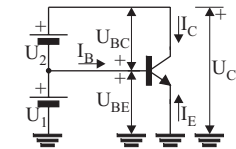
$$(1.6.12) \quad I_{cs} \cdot (1-\alpha_d \cdot \alpha_r) = I_{C0},$$

izraz (1.6.11) može se napisati u obliku:

$$(1.6.13) \quad I_B = \frac{1-\alpha_d}{\alpha_d} \cdot I_C - \frac{1}{\alpha_d} \cdot I_{C0}.$$

## 1.7. ZADATAK

Za kolo sa slike (Slika 1.7.1) odrediti  $I_E$ ,  $I_B$ ,  $I_C$  i  $U_{CE}$ . Poznato je:  $U_1 = 0,62 \text{ V}$ ,  $U_2 = 5 \text{ V}$ ,  $\alpha_d = 0,995$ ,  $\alpha_r = 0,1$ ,  $I_{es} = 10^{-14} \text{ A}$  i  $I_{cs} = 10^{-14} \text{ A}$ .



Slika 1.7.1

### REŠENJE:

Na osnovu Ebers-Molovog modela za NPN tranzistor, prikazanog na slici (Slika 1.6.1.b), važe izrazi (1.6.1) do (1.6.5). Smenom jednakosti (1.6.1) i (1.6.2) u (1.6.3) i (1.6.4), Ebers-Molov model može se opisati sledećim izrazima:

$$(1.7.1) \quad I_E = -I_{es} \cdot \left[ e^{U_{BE}/U_T} - 1 \right] + \alpha_r \cdot I_{cs} \cdot \left[ e^{U_{BC}/U_T} - 1 \right],$$

$$(1.7.2) \quad I_C = \alpha_d \cdot I_{es} \cdot \left[ e^{U_{BE}/U_T} - 1 \right] - I_{cs} \cdot \left[ e^{U_{BC}/U_T} - 1 \right].$$

Sa slike (Slika 1.7.1) očigledno je da za napone  $U_{BE}$  i  $U_{BC}$  važi:

$$(1.7.3) \quad U_{BE} = U_1 = 0,62 \text{ V}$$

i

$$(1.7.4) \quad U_{BC} = -U_2 = -5V.$$

Napon  $U_{BC}$  je negativan i po modulu mnogo veći od naponskog ekvivalenta temperature ( $U_T = 26 \text{ mV}$  za sobnu temperaturu), tako da se izrazi (1.7.1) i (1.7.2) svode na:

$$(1.7.5) \quad I_E = -I_{es} \cdot \left[ e^{U_{BE}/U_T} - 1 \right] = -2,27 \cdot 10^{-4} \text{ A},$$

$$(1.7.6) \quad I_C = \alpha_d \cdot I_{es} \cdot \left[ e^{U_{BE}/U_T} - 1 \right] = 2,26 \cdot 10^{-4} \text{ A}.$$

Iz (1.7.5) sledi da je bazna struja jednaka:

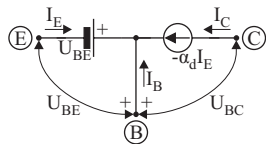
$$(1.7.7) \quad I_B = -I_E - I_C = 0,01135 \cdot 10^{-4} \text{ A}.$$

Napon između kolektora i emitora je sada:

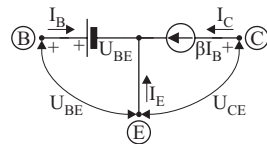
$$(1.7.8) \quad U_{CE} = -U_{BC} + U_{BE} = 5,62V.$$

## 1.8. ZADATAK

Pokazati da se za aktivni režim rada NPN tranzistora, Ebers-Molov model svodi na model sa slike (Slika 1.8.1), a zatim odrediti  $\beta$  da bi modeli sa slike (Slika 1.8.1) i (Slika 1.8.2) bili ekvivalentni.



Slika 1.8.1



Slika 1.8.2

### REŠENJE:

U aktivnom režimu rada NPN tranzistor je tako polarisan da je:

$$(1.8.1) \quad U_{BE} > 0,$$

$$(1.8.2) \quad U_{BC} < 0,$$

odnosno, emitorski spoj je direktno, a kolektorski inverzno polarisan.

Na slici (Slika 1.8.3) prikazan je kompletan Ebers-Molov model NPN tranzistora. Izrazi koji važe za ovaj model, zbog preglednosti biće napisani još jednom:

$$(1.8.3) \quad I_1 = I_{cs} \cdot \left[ e^{U_{BE}/U_T} - 1 \right],$$

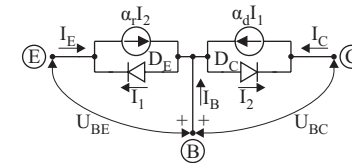
$$(1.8.4) \quad I_2 = I_{cs} \cdot \left[ e^{U_{BC}/U_T} - 1 \right].$$

Imajući u vidu (1.8.2), odnosno da je:

$$(1.8.5) \quad e^{U_{BC}/U_T} \ll 1,$$

izraz (1.8.4) može se napisati u obliku:

$$(1.8.6) \quad I_2 = -I_{cs}.$$



Slika 1.8.3

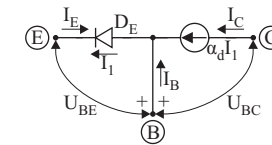
Kako je  $I_1$  struja direktno polarisane diode  $D_E$ , struja kontrolisanog generatora  $\alpha_R I_2$  je zanemarljiva u odnosu na  $I_1$ , jer je:

$$(1.8.7) \quad \alpha_R I_2 = -\alpha_R I_{cs} \ll I_1.$$

Iz istog razloga je i:

$$(1.8.8) \quad I_2 = -I_{cs} \ll \alpha_d I_1,$$

tako da se model sa slike (Slika 1.8.3) svodi na model prikazan na slici (Slika 1.8.4).



Slika 1.8.4

Zamenom direktno polarisane diode  $D_E$  modelom za oblast provođenja (zanemarujući redni otpor) dobija se model sa slike (Slika 1.8.1), pri čemu je  $I_E = -I_1$ .

Dokaz da su modeli sa slike (Slika 1.8.1) i (Slika 1.8.2) ekvivalentni svodi se na dokaz da relacije koje važe za jedan važe i za drugi model. Kako za model sa slike (Slika 1.8.1) važi:

$$(1.8.9) \quad I_C = -\alpha_d I_E,$$

$$(1.8.10) \quad I_B = -I_E - I_C,$$

a za model sa slike (Slika 1.8.2) važi:

$$(1.8.11) \quad I_C = \beta I_B,$$

$$(1.8.12) \quad I_E = -I_B - I_C,$$

pri čemu je kod oba modela napon između baze i emitora jednak naponu baterije  $U_{BE}$ , treba dokazati samo ekvivalentnost izraza (1.8.9) i (1.8.11), jer je ekvivalentnost ostalih očigledna. Rešavanjem (1.8.10) po  $I_E$  i smenom u (1.8.9) dobija se:

$$(1.8.13) \quad I_C = -\alpha_d \cdot [-I_B - I_C],$$

što ponovnim rešavanjem po  $I_C$  daje:

$$(1.8.14) \quad I_C = \frac{\alpha_d}{1 - \alpha_d} \cdot I_B.$$

Ako je:

$$(1.8.15) \quad \beta = \frac{\alpha_d}{1 - \alpha_d},$$

izraz (1.8.14), koji je nastao iz jednačina koje važe za model sa slike (Slika 1.8.1), ekvivalentan je izrazu (1.8.11), što je trebalo pokazati. Napomenimo da izraz (1.8.11), koji daje vezu između kolektorske i bazne struje za aktivni režim rada tranzistora, predstavlja aproksimaciju izraza (1.6.13), koji je nastao iz Ebers-Molovog modela pri istim uslovima. Imajući u vidu (1.8.15), izraz (1.8.13) može se napisati u sledećem obliku:

$$(1.8.16) \quad I_C = \beta I_B + (1 + \beta) \cdot I_{C0}.$$

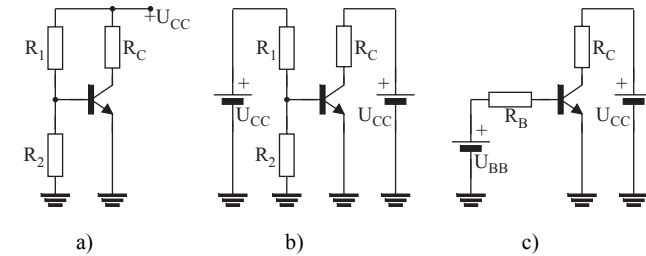
Napomenimo i to da modeli sa slike (Slika 1.8.1) i (Slika 1.8.2) predstavljaju dva najpopularnija modela tranzistora koji se masovno koriste za približnu analizu jednosmernih režima kola u kojima tranzistor radi u aktivnom režimu. Upoređivanjem topologije dva modela može se zaključiti da je model sa slike (Slika 1.8.1) pogodniji za korišćenje kada je tranzistor upotrebljen u konfiguraciji sa zajedničkom bazom, a model sa slike (Slika 1.8.2) za slučaj kada je reč o konfiguraciji sa zajedničkim emitorom.

## 1.9. ZADATAK

U kolu sa slike (Slika 1.9.1.a) upotrebljen je silicijumski NPN tranzistor sa  $\beta = 100$ ;  $I_{C0} = 0$  A;  $U_{BE} = 0,6$  V;  $U_{CES} = 0,1$  V;  $U_{BES} = 0,7$  V. Poznato je:  $U_{CC} = 10$  V;  $R_C = 3$  k $\Omega$ . Odrediti struje tranzistora ako je:

a)  $R_1 = R_2 = 440$  k $\Omega$ ;

b)  $R_1 = R_2 = 200$  k $\Omega$ ;



Slika 1.9.1

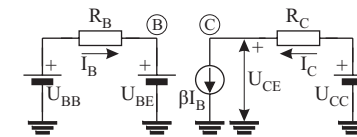
### REŠENJE:

Kolo sa slike (Slika 1.9.1.a) može se predstaviti ekvivalentnom šemom prikazanom na slici (Slika 1.9.1.b), za koju se primenom Theveninove teoreme dobija kolo prikazano na slici (Slika 1.9.1.c). Parametri Theveninovog generatora su:

$$U_{BB} = U_{CC} \cdot R_2 / (R_1 + R_2),$$

$$R_B = R_1 \parallel R_2 = R_1 \cdot R_2 / (R_1 + R_2).$$

a) Pretpostavimo da tranzistor radi u aktivnoj oblasti rada. Smenom modela za aktivni režim u kolo sa slike (Slika 1.9.1.c), dobija se kolo prikazano na slici (Slika 1.9.2).



Slika 1.9.2

Sa slike, za čvor baze važi:

$$(1.9.1) \quad I_B + (U_{BE} - U_{BB}) / R_B = 0.$$

Za  $R_1 = R_2 = 440$  k $\Omega$ , vrednost ekvivalentne otpornosti kola baze je  $R_B = 220$  k $\Omega$ , a ekvivalentnog Theveninovog generatora  $U_{BB} = 5$  V, odakle se dobija da je bazna struja jednaka:

$$(1.9.2) \quad I_B = (U_{BB} - U_{BE}) / R_B = 20 \mu\text{A}.$$

Za aktivni režim rada tranzistora je:

$$(1.9.3) \quad I_C = \beta \cdot I_B = 2 \text{ mA},$$

odnosno, emitorska struja je:

$$(1.9.4) \quad I_E = I_B + I_C = 2,02 \text{ mA}.$$

Ovim zadatak nije završen. Naime, neophodno je proveriti pretpostavku da tranzistor radi u aktivnom režimu. Proverom treba utvrditi da li dobijene vrednosti struja obezbeđuju padove napona u kolu koji garantuju da je spoj baza-emitor direktno, a spoj baza-kolektor inverzno polarisan. Napon između kolektora i emitora, na osnovu naponske jednačine kolektorskog kola, je jednak:

$$(1.9.5) \quad U_{CE} = U_{CC} - R_C \cdot I_C = 4V.$$

Napon između baze i kolektora,  $U_{BC}$ , iznosi:

$$(1.9.6) \quad U_{CB} = U_{CE} - U_{BE} = 3,4V.$$

Dobijena vrednost napona  $U_{BC}$  kaže da je spoj baza-kolektor inverzno polarisan (dok je spoj baza-emitor direktno polarisan) što znači da tranzistor radi u aktivnoj oblasti rada, tj. da je pretpostavka bila ispravna.

b) Pretpostavimo ponovo da tranzistor radi u aktivnom režimu. U tom slučaju važi, kao i pod a), kolo sa slike (Slika 1.9.2), s tim što je sada:

$$(1.9.7) \quad R_B = R_1 \parallel R_2 = 100k\Omega,$$

$$(1.9.8) \quad U_{BB} = R_2 \cdot U_{CC} / (R_1 + R_2) = 5V.$$

Zamenom brojnih vrednosti u izraze (1.9.2), (1.9.3) i (1.9.4), za struje u kolu dobijaju se sledeće brojne vrednosti:

$$(1.9.9) \quad I_B = (U_{BB} - U_{BE}) / R_B = 44\mu A,$$

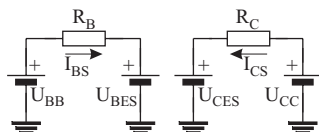
$$(1.9.10) \quad I_C = \beta \cdot I_B = 4,4mA,$$

$$(1.9.11) \quad I_E = I_B + I_C = 4,444mA.$$

Proverom pretpostavke o režimu rada tranzistora dobija se da je napon između kolektora i emitora:

$$(1.9.12) \quad U_{CE} = U_{CC} - R_C \cdot I_C = -3,2V.$$

Kako je vrednost napona  $U_{CE}$  negativna, očigledno je da tranzistor ne radi u aktivnoj oblasti. Zbog toga treba pretpostaviti da tranzistor radi u oblasti zasićenja. Ekvivalentno kolo za tranzistor koji radi u oblasti zasićenja prikazano je na slici (Slika 1.9.3).



Slika 1.9.3

Za struje tranzistora koji radi u oblasti zasićenja dobijaju se sledeće vrednosti:

$$(1.9.13) \quad I_{CS} = (U_{CC} - U_{CES}) / R_C = 3,3mA;$$

$$(1.9.14) \quad I_{BS} = (U_{BB} - U_{BES}) / R_B = 43\mu A;$$

$$(1.9.15) \quad I_E = I_{CS} + I_{BS} = 3,343mA.$$

S obzirom na vrednosti napona  $U_{BES}$  i  $U_{CES}$  očigledno je da će spoj baza kolektor biti direktno polarisan, tj. biće:

$$(1.9.16) \quad U_{BC} = U_{BES} - U_{CES} = 0,6V.$$

Za proveru ispravnosti pretpostavke da tranzistor radi u oblasti zasićenja, neophodno je odrediti vrednost količnika  $I_{CS}/\beta$ , i dobijenu brojnu vrednost uporediti sa  $I_{BS}$ . Ukoliko je ispunjen sledeći uslov:

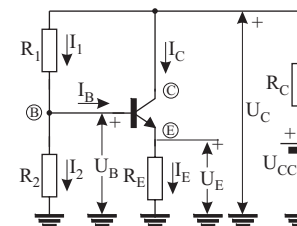
$$(1.9.17) \quad I_{BS} \geq I_{CS}/\beta,$$

kažemo da je pretpostavka ispravna, tj. da tranzistor radi u oblasti zasićenja.

S obzirom na prethodno izračunate vrednosti bazne i kolektorske struje, kao i koeficijenta strujnog pojačanja  $\beta$ , pretpostavka da tranzistor radi u oblasti zasićenja je tačna.

## 1.10. ZADATAK

Odrediti  $R_1$  u kolu sa slike (Slika 1.10.1), tako da emitorska struja iznosi  $I_E = 2 mA$ . Poznato je:  $\alpha = 0,98$ ;  $U_{BE} = 0,7 V$ ;  $I_{C0} = 0 A$ ;  $R_C = 3,3 k\Omega$ ;  $R_2 = 20 k\Omega$ ;  $R_E = 0,1 k\Omega$ ;  $U_{CC} = 12 V$ . Koliki je u tom slučaju napon na kolektoru tranzistora,  $U_C$ ?



Slika 1.10.1

### REŠENJE:

Za kolo dato na slici (Slika 1.10.1) može se napisati sledeći sistem strujnih jednačina za čvorove baze, kolektora i emitora:

$$(1.10.1) \quad B: \quad I_B + U_B/R_2 + (U_B - U_C)/R_1 = 0;$$

$$(1.10.2) \quad C: \quad I_C + (U_C - U_B)/R_1 + (U_C - U_{CC})/R_C = 0;$$

$$(1.10.3) \quad E: \quad -I_E + U_E/R_E = 0.$$

Model tranzistora je opisan sledećim jednačinama:

$$(1.10.4) \quad U_{BE} = U_B - U_E;$$

$$(1.10.5) \quad I_C = \alpha \cdot I_E;$$

$$(1.10.6) \quad I_E = I_B + I_C.$$

Kako je u zadatku data vrednost emitorske struje, kolektorska struja je određena sa (1.10.5), dok je baznu struju moguće izraziti kao  $I_B = (1-\alpha) \cdot I_E$ . Ako još izrazimo i potencijal na emitoru preko potencijala baze sistem jednačina (1.10.1) do (1.10.3) postaje:

$$(1.10.7) \quad (1-\alpha) \cdot I_E + U_B/R_2 + (U_B - U_C)/R_1 = 0;$$

$$(1.10.8) \quad \alpha \cdot I_E + (U_C - U_B)/R_1 + (U_C - U_{CC})/R_C = 0;$$

$$(1.10.9) \quad -I_E + (U_B - U_{BE})/R_E = 0.$$

Novonastali sistem jednačina predstavlja sistem od tri jednačine sa tri nepoznate,  $U_B$ ,  $U_C$ , i  $R_1$ , čijim rešavanjem se dobijaju tražene vrednosti otpornosti  $R_1$  i napona na kolektoru:

$$R_1 = 53,55 \text{ k}\Omega \text{ i}$$

$$U_C = 5,25 \text{ V}.$$

Dalje, napon između baze i kolektora je jednak:

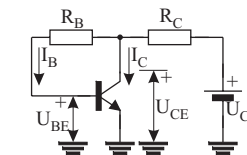
$$U_{BC} = U_B - U_C = -4,35 \text{ V}.$$

Odavde je očigledno da je spoj baza-kolektor inverzno polarisan, a s obzirom da je emitorski spoj direktno polarisan, tranzistor radi u aktivnoj oblasti, tj, bila je ispravna polazna pretpostavka.

### 1.11. ZADATAK

U kolu sa slike (Slika 1.11.1) upotrebljen je silicijumski tranzistor sa  $\beta = 50$ ,  $I_{C0} = 0 \text{ A}$  i  $U_{BE} = 0,7 \text{ V}$ . Poznato je:  $U_{CC} = 10 \text{ V}$ ;  $R_C = 2 \text{ k}\Omega$ . Odrediti:

- radnu tačku tranzistora:  $I_B$ ,  $I_C$  i  $U_{CE}$ , ako je  $R_B = 100 \text{ k}\Omega$ ;
- vrednost otpornika  $R_B$  tako da  $U_{CE}$  bude  $7 \text{ V}$ .



Slika 1.11.1

### REŠENJE:

a) Za kolo prikazano na slici (Slika 1.11.1) moguće je napisati sledeće jednačine za čvorove kolektora i baze:

$$(1.11.1) \quad I_C + (U_{CE} - U_{CC})/R_C + (U_{CE} - U_{BE})/R_B = 0;$$

$$(1.11.2) \quad I_B + (U_{BE} - U_{CE})/R_B = 0.$$

Model tranzistora iskazan je uslovom  $U_{BE} = 0,7 \text{ V}$  i:

$$(1.11.3) \quad I_C = \beta \cdot I_B.$$

Kombinacijom prethodnih izraza dobija se sledeći sistem od dve jednačine:

$$(1.11.4) \quad \beta \cdot I_B + U_{CE}(1/R_C + 1/R_B) = U_{CC}/R_C + U_{BE}/R_B$$

$$(1.11.5) \quad -I_B + U_{CE}/R_B = U_{BE}/R_B,$$

po nepoznatim  $I_B$  i  $U_{CE}$ , čijim rešavanjem se dobija:

$$I_B = 46 \mu\text{A};$$

$$U_{CE} = 5,31 \text{ V}.$$

Na osnovu (1.11.3) sledi da je

$$I_C = 2,3 \text{ mA}.$$

Za proveru pretpostavke neophodno je odrediti vrednost napona između baze i kolektora:

$$U_{BC} = U_{BE} - U_{CE} = -4,61 \text{ V}.$$

Kako je ovaj napon manji od nule, i kako je napon između baze i emitora veći od nule, očigledno je da tranzistor radi u aktivnoj oblasti, tj, da je pretpostavka ispravna.

b) Iz izraza (1.11.2) dobija se da je bazna struja:

$$(1.11.6) \quad I_B = (U_{CE} - U_{BE})/R_B.$$

Zamenom ovog izraza u izraz (1.11.1), dobija se da je:

$$(1.11.7) \quad I_C + I_B = (1 + \beta) \cdot I_B = (U_{CC} - U_{CE})/R_C,$$

odnosno da je:

$$(1.11.8) \quad I_B = \frac{U_{CC} - U_{CE}}{R_C \cdot (1 + \beta)}$$

Izjednačavanjem izraza (1.11.8) i izraza (1.11.6) i sređivanjem po  $R_B$  dobija se da je  $R_B$ :

$$(1.11.9) \quad R_B = \frac{U_{CE} - U_{BE}}{U_{CC} - U_{CE}} \cdot (1 + \beta) \cdot R_C,$$

odakle se zamenom brojnih vrednosti dobija:

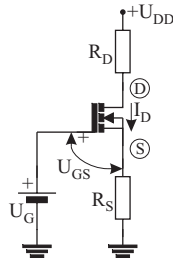
$$R_B = 214,2 \text{ k}\Omega.$$

### 1.12. ZADATAK

Za kolo sa slike (Slika 1.12.1) odrediti:

- Vrednost napona baterije  $U_G$ , tako da se tranzistor nalazi na granici između omske oblasti i oblasti zasićenja (smatrati da važi  $\lambda U_{DS} \ll 1$ );
- Dinamičke parametre tranzistora.

Poznato je:  $A = 1 \text{ mA/V}^2$ ;  $U_T = 1 \text{ V}$ ;  $R_D = 500 \Omega$ ;  $R_S = 500 \Omega$ ;  $U_{DD} = 6 \text{ V}$ , a nagib izlaznih karakteristika je određen sa  $\lambda = 0,01 \text{ V}^{-1}$ .

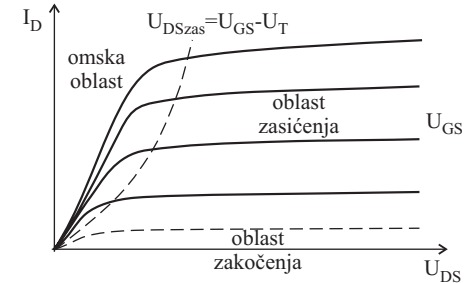


Slika 1.12.1

### REŠENJE:

a) Da bi tranzistor bio na granici između omske oblasti i zasićenja neophodno je da bude ispunjen sledeći uslov:

$$(1.12.1) \quad U_{DS} = U_{GS} - U_T.$$



Slika 1.12.2

Sa druge strane može se pisati da je:

$$(1.12.2) \quad D: (U_D - U_{DD})/R_D + I_D = 0;$$

$$(1.12.3) \quad S: U_S/R_S - I_D = 0.$$

Odavde je moguće izraziti napone na drejnu odnosno sorsu tranzistora u odnosu na masu kao:

$$(1.12.4) \quad U_D = U_{DD} - I_D \cdot R_D;$$

$$(1.12.5) \quad U_S = I_D \cdot R_S$$

Sledi da je napon između drejna i sorsa jednak:

$$(1.12.6) \quad U_{DS} = U_D - U_S = U_{DD} - (R_S + R_D) \cdot I_D.$$

Izjednačavanjem izraza (1.12.1) i (1.12.3) i zamenom izraza (1.12.1) za struju drejna MOSFET-a dobija se da je:

$$(1.12.7) \quad U_{DD} - (R_S + R_D) \cdot A \cdot (U_{GS} - U_T)^2 = U_{GS} - U_T.$$

Ako se uvede smena  $U_{DS} = (U_{GS} - U_T)$ , dobija se sledeća kvadratna jednačina:

$$(1.12.8) \quad A \cdot (R_S + R_D) \cdot U_{DS}^2 + U_{DS} - U_{DD} = 0,$$

čijim rešavanjem se dobijaju sledeće vrednosti za  $U_{DS}$ :

$$(1.12.9) \quad U_{DS1} = 2 \text{ V}, \text{ i}$$

$$(1.12.10) \quad U_{DS2} = -3 \text{ V}.$$

Napon između drejna i sorsa mora biti pozitivan pa treba odabrati prvo rešenje. Sada je napon između gejta i sorsa jednak:

$$(1.12.11) \quad U_{GS} = U_{DS} + U_T = 3 \text{ V}.$$

Kako je, s druge strane, napon između gejta i sorsa jednak:

$$(1.12.12) \quad U_{GS} = U_G - U_S = U_G - I_D \cdot R_S,$$

traženi napon baterije je:

$$(1.12.13) \quad U_G = U_{GS} + I_D \cdot R_S = U_{GS} + R_S \cdot A \cdot (U_{GS} - U_T)^2,$$

što zamenom brojnih vrednosti daje:

$$U_G = 5V.$$

b) Dinamički parametri MOSFET tranzistora su:

$$(1.12.14) \quad S = \frac{\partial I_D}{\partial U_{GS}} \text{ - strmina,}$$

$$(1.12.15) \quad R_i = \left| \frac{\partial U_{DS}}{\partial I_D} \right| \text{ - unutrašnja otpornost i}$$

$$(1.12.16) \quad \mu = -\frac{\partial U_{DS}}{\partial U_{GS}} \text{ - koeficijent naponskog pojačanja.}$$

Među njima važi relacija:

$$(1.12.17) \quad \mu = S \cdot R_i$$

Strmina se može odrediti diferenciranjem izraza za struju drejna koja važi za oblast zasićenja

$$(1.12.18) \quad I_D = A(U_{GS} - U_T)^2$$

po naponu  $U_{GS}$ :

$$(1.12.19) \quad S = 2A(U_{GS} - U_T) = 2\sqrt{AI_D}$$

Da bi se odredila unutrašnje otpornosti potrebno je koristiti izraz za struju drejna za oblast zasićenja koji uzima u obzir nagib izlaznih karakteristika:

$$(1.12.20) \quad I_D = A(U_{GS} - U_T)^2(1 + \lambda U_{DS}).$$

Unutrašnju otpornost možemo dobiti kao:

$$(1.12.21) \quad R_i = \left| \frac{\partial U_{DS}}{\partial I_D} \right| = \left| \frac{\partial I_D}{\partial U_{DS}} \right|^{-1} = \left( \lambda A (U_{GS} - U_T)^2 \right)^{-1} \approx \frac{1}{\lambda I_D}.$$

Na osnovu prethodno dobijenih vrednosti možemo izračunati struju drejna:

$$(1.12.22) \quad I_D = A(U_{GS} - U_T)^2 = 4mA$$

Zamenom vrednosti struje drejna u izraze (1.12.19) i (1.12.21) dobijamo:

$$S = 4mS \quad i \quad R_i = 25k\Omega,$$

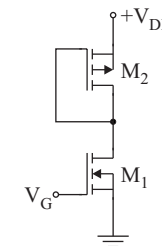
dok korišćenjem (1.12.17) dobijamo:

$$\mu = 100.$$

### 1.13. ZADATAK

Za kolo prikazano na slici (Slika 1.13.1) odrediti vrednost napona  $U_G$  tako da tranzistor  $M_1$  bude na granici zasićenja. Odrediti strminu tranzistora  $M_1$ .

Poznato je  $A_1 = A_2 = 1mA/V^2$ ,  $|U_T| = 1V$ ,  $U_{DD} = 5V$ .



Slika 1.13.1

### REŠENJE:

Tranzistor  $M_1$  predstavlja N-kanalni MOSFET tranzistor sa indukovanim kanalom, kod koga je napon praga veći od nule, pa možemo da zaključimo da je:

$$(1.13.1) \quad U_{TN} = 1V,$$

dok napon praga tranzistora  $M_2$ , koji je P-kanalni MOSFET tranzistor sa indukovanim kanalom, negativan i iznosi:

$$(1.13.2) \quad U_{TP} = -1V.$$

Imajući u vidu činjenicu da je kod N-kanalnih tranzistora drejn na višem potencijalu, dok je kod P-kanalnih tranzistora sors na višem potencijalu, za kolo sa slike (Slika 1.13.1) važi:

$$(1.13.3) \quad U_{GS1} = U_G;$$

$$(1.13.4) \quad U_{GS2} = U_{DS1} - U_{DD}.$$

Uslov da tranzistor  $M_1$  bude na granici između omske i oblasti zasićenja je:

$$(1.13.5) \quad U_{GS1} - U_T = U_{DS1}.$$

Kroz oba tranzistora protiče ista struja:

$$(1.13.6) \quad I_{D1} = I_{D2}$$

odnosno

$$(1.13.7) \quad A_1(U_{GS1} - U_{TN})^2 = A_2(U_{GS2} - U_{TP})^2.$$

Da bismo rešili prethodnu jednačinu, korenovaćemo obe strane jednačine. S obzirom na to da je  $\sqrt{x^2} = |x|$ , pri korenovanju moramo voditi računa o znaku veličine  $U_{GS} - U_T$  za oba tranzistora. Naime, da bi tranzistor vodio mora da važi  $|U_{GS}| > |U_T|$ , što znači (imajući u vidu prenosne karakteristike P i N-kanalnih MOSFET tranzistora), da za N-kanalni tranzistor važi da je  $U_{GS} - U_T > 0$ , dok kod P-kanalnog tranzistora važi  $U_{GS} - U_T < 0$ .

Dakle, korenovanjem jednačine (1.13.7) dobijamo:

$$(1.13.8) \quad U_{GS1} - U_{TN} = -(U_{GS2} - U_{TP})$$

odnosno

$$(1.13.9) \quad U_{GS1} - U_{TN} = -(U_{GS1} - U_{TN} - U_{DD} - U_{TP}).$$

odakle se dobija

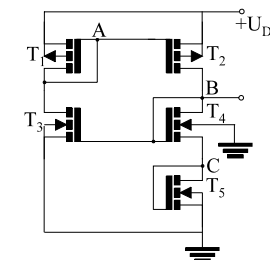
$$(1.13.10) \quad U_{GS1} = (2U_{TN} + U_{DD} + U_{TP})/2 = 3V$$

Strmina tranzistora može da se dobije korišćenjem izraza (1.12.19).

Za konkretan slučaj se dobija  $S = 4mS$ .

### 1.14. ZADATAK

Kolo na slici (Slika 1.14.1) predstavlja izvor konstantnog napona. Poznato je  $U_{DD} = 12V$ . Parametri tranzistora su:  $A_1 = A_2 = A_4 = A_5 = 0,9 mA/V^2$ ,  $A_3 = 0,1 mA/V^2$ ,  $U_{TN} = 2V$ ,  $U_{TP} = -2V$ , gde su  $U_{TN}$  i  $U_{TP}$  naponi pragova N-kanalnih i P-kanalnih tranzistora respektivno. Unutrašnja otpornost tranzistora je  $R_i \rightarrow \infty$ . Smatrati da potencijal podloge ne utiče na napon praga tranzistora  $T_4$ . Odrediti jednosmerne potencijale u tačkama A, B i C.



Slika 1.14.1

### REŠENJE:

Odredimo napone između gejta i sorsa svih tranzistora u kolu.

$$(1.14.1) \quad U_{GS1} = U_A - U_{DD}; \quad U_{GS2} = U_A - U_{DD}; \quad U_{GS3} = U_B;$$

$$U_{GS4} = U_B - U_C \quad \text{i} \quad U_{GS5} = U_C.$$

S obzirom na to da tranzistori  $T_1$  i  $T_2$  čine strujno ogledalo (naponi  $U_{GS}$  su im jednaki) i po uslovu zadatka  $A_1 = A_2$  može se zaključiti da važi:

$$(1.14.2) \quad I_{D1} = I_{D2}$$

Ostali tranzistori su vezani na red sa tranzistorima  $T_1$  ili  $T_2$  na osnovi čega se može zaključiti da i kroz njih protiče ista struja (struja gejta kod MOSFET tranzistora je zanemarljiva), pa važi:

$$(1.14.3) \quad I_{D1} = I_{D2} = I_{D3} = I_{D4} = I_{D5}$$

Ako korenujemo prethodnu jednačinu, vodeći računa da je kod P-kanalnog MOSFET tranzistora  $U_{GS} - U_{TP} < 0$  dobijamo:

$$(1.14.4) \quad -\sqrt{A_1}(U_{GS1} - U_{TP}) = -\sqrt{A_2}(U_{GS2} - U_{TP}) = \sqrt{A_3}(U_{GS3} - U_{TN}) =$$

$$\sqrt{A_4}(U_{GS4} - U_{TN}) = \sqrt{A_5}(U_{GS5} - U_{TN})$$

Zamenom vrednosti za napone  $U_{GS}$  tranzistora dobijamo sledeći sistem jednačina:

$$(1.14.5) \quad -\sqrt{A}(U_A - U_{DD} - U_{TP}) = -\sqrt{A}(U_A - U_{DD} - U_{TP}) =$$

$$\sqrt{A_3}(U_B - U_{TN}) = \sqrt{A}(U_B - U_C - U_{TN}) = \sqrt{A}(U_C - U_{TN})$$

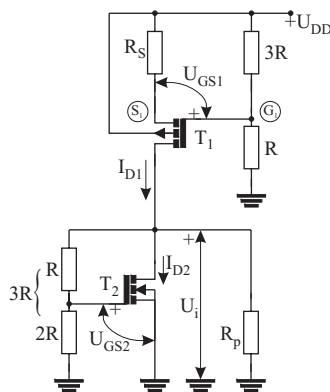
Rešavanjem datog sistema jednačina dobija se:

$$U_A = 8V, \quad U_B = 8V \quad \text{i} \quad U_C = 4V$$



### 1.15. ZADATAK

Odrediti vrednost napona na potrošaču u kolu prikazanom na slici (Slika 1.15.1), pod uslovom da je poznato:  $A_1 = 1 \text{ mA/V}^2$ ;  $A_2 = 2 \text{ mA/V}^2$ ;  $U_{T1} = -3 \text{ V}$ ;  $U_{T2} = 2 \text{ V}$ ;  $R_S = 1 \text{ k}\Omega$ ;  $R_p = 6 \text{ k}\Omega$ ;  $R = 10 \text{ M}\Omega$ ;  $U_{DD} = 20 \text{ V}$ . Proveriti radne režime oba tranzistora. Zanimariti uticaj potencijalne razlike između sorsa i podloge ( $U_{BS}$ ) na napon praga tranzistora  $T_1$ .



Slika 1.15.1

#### REŠENJE:

Da bi izračunali  $U_i$  neophodno je prethodno napisati jednačinu za izlazni čvor:

$$(1.15.1) \quad U_i/3R + U_i/R_p + I_{D2} - I_{D1} = 0,$$

odakle se dobija da je izlazni napon jednak:

$$(1.15.2) \quad U_i = (3R \parallel R_p) \cdot (I_{D1} - I_{D2}).$$

Može se smatrati da je paralelna veza otpornika  $3R$  i  $R_p$  približno jednaka otporniku  $R_p$ , jer je na osnovu uslova zadatka  $3R \gg R_p$ , tako da se može pisati da je sada izlazni napon približno jednak:

$$(1.15.3) \quad U_i \approx R_p \cdot (I_{D1} - I_{D2}).$$

Za određivanje struja  $I_{D1}$  i  $I_{D2}$  potrebno je prvo odrediti napone između gejta i sorsa ova dva tranzistora.

Gejt tranzistora  $T_1$  nalazi se na potencijalu

$$(1.15.4) \quad U_{G1} = U_{DD} \cdot R / (3R + R) = U_{DD} / 4 = 5V,$$

dok se napon  $U_{S1}$  može odrediti na osnovu jednačine za čvor  $S_1$ :

$$(1.15.5) \quad (U_{S1} - U_{DD})/R_S + I_{D1} = 0,$$

odakle je:

$$(1.15.6) \quad U_{S1} = U_{DD} - I_{D1} \cdot R_S.$$

Prema tome napon između gejta i sorsa tranzistora  $T_1$  dat je izrazom:

$$(1.15.7) \quad U_{GS1} = U_{DD}/4 - U_{DD} + I_{D1} \cdot R_S = -3U_{DD}/4 + I_{D1} \cdot R_S,$$

što, kada se zameni izraz za struju drena u oblasti zasićenja, dovodi do sledećeg izraza:

$$(1.15.8) \quad U_{GS1} - U_{T1} = -3U_{DD}/4 - U_{T1} + R_S \cdot A_1 \cdot (U_{GS1} - U_{T1})^2.$$

Uvođenjem smene  $x = (U_{GS1} - U_{T1})$ , i sređivanjem dobija se sledeća kvadratna jednačina po  $x$ :

$$(1.15.9) \quad x^2 - x / (R_S \cdot A_1) - (3U_{DD}/4 + U_{T1}) / (R_S \cdot A_1) = 0,$$

čijim se rešavanjem dobija  $x_1 = 4 \text{ V}$  i  $x_2 = -3 \text{ V}$ , od kojih se, s obzirom da se radi o P-kanalnom MOSFET-u, kod koga mora biti ispunjeno  $U_{GS} < U_T$ , da bi proticala struja  $I_D$ , odbacuje prvo, i usvaja drugo, kao ispravno rešenje. Odavde se može pisati da je napon  $U_{GS1}$  jednak:

$$(1.15.10) \quad U_{GS1} = x_2 + U_{T1} = -6V.$$

Sada je struja drena tranzistora  $T_1$  jednaka:

$$(1.15.11) \quad I_{D1} = A_1 \cdot (U_{GS1} - U_{T1})^2 = 9\text{mA}.$$

Napon između gejta i sorsa tranzistora  $T_2$  jednak je naponu  $U_{G2}$ , za koji je očigledno (na osnovu razdelnika napona):

$$(1.15.12) \quad U_{GS2} = U_i \cdot 2R / (2R + R) = 2U_i/3,$$

tako da se za struju drena tranzistora  $T_2$  može pisati:

$$(1.15.13) \quad I_{D2} = A_2 \cdot (2U_i/3 - U_{T2})^2.$$

Zamenom izraza (1.15.12) u izraz za izlazni napon, (1.15.3), dobija se sledeća kvadratna jednačina po izlaznom naponu

$$(1.15.14) \quad U_i^2 + \left( \frac{9}{4R_p \cdot A_2} - 3U_{T2} \right) \cdot U_i + \frac{9}{4} U_{T2}^2 - \frac{9I_{D1}}{4A_2} = 0,$$

čijim se rešavanjem dobijaju sledeća dva rešenja:

$$(1.15.15) \quad U_{i1} = -3/16V;$$

$$(1.15.16) \quad U_{i2} = 6V.$$

S obzirom na to da napon između gejta i sorsa tranzistora  $T_2$  treba da bude veći od 0 (reč je o N-kanalnom MOSFET-u), to je očigledno da je tačna vrednost za  $U_i$  data izrazom (1.15.16), tj. može se pisati da je:

$$U_i = U_{i2} = 6V.$$

Kako je zadatak rešen pod pretpostavkom da oba tranzistora rade u oblasti zasićenja, a i u samom zadatku se traži provera radnih režima oba tranzistora, to je potrebno odrediti napone  $U_{DS}$  i uporediti ih sa  $(U_{GS} - U_T)$  za oba tranzistora. Za tranzistor  $T_1$  imamo da je:

$$(1.15.17) \quad U_{DS1} = U_i - (U_{DD} - I_{D1} \cdot R_S) = -5V;$$

$$(1.15.18) \quad (U_{GS1} - U_{T1}) = -3V,$$

dok je za tranzistor  $T_2$ :

$$(1.15.19) \quad U_{DS2} = U_i = 6V;$$

$$(1.15.20) \quad (U_{GS2} - U_{T2}) = 2V.$$

Upoređivanjem (1.15.17) sa (1.15.18) i (1.15.19) sa (1.15.20) lako se može uočiti da je u oba slučaja ispunjeno  $|U_{DS}| > |U_{GS} - U_T|$ , odnosno da su polazne pretpostavke ispravne i da oba tranzistora rade u oblasti zasićenja.

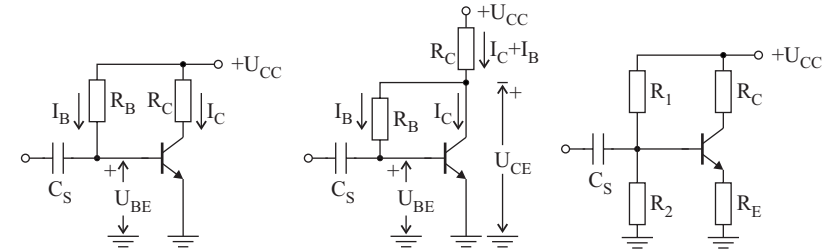
### 1.16. ZADATAK

Odrediti promenu kolektorske struje struje ako se temperatura promeni za  $\Delta T = 50K$ .

- Kolo bez temperaturske stabilizacije (Slika 1.16.1). Vrednosti elemenata su :  $R_B = 28,25 \text{ k}\Omega$ ,  $R_C = 300 \Omega$ .
- Kolo za polarizaciju baze preko kolektora (Slika 1.16.2). Vrednosti elemenata su :  $R_B = 13 \text{ k}\Omega$ ,  $R_C = 300 \Omega$ .
- Kolo sa otpornikom u emitoru (Slika 1.16.3). Vrednosti elemenata su :  $R_1 = 8,3 \text{ k}\Omega$ ,  $R_2 = 6,2 \text{ k}\Omega$ ,  $R_C = 300 \Omega$ ,  $R_E = 150 \Omega$ .

Poznato je:  $\beta = 50$ ,  $U_{CC} = 12 \text{ V}$ ,  $I_{C0} = 1 \text{ nA}$ ,  $U_{BE} = 0,7 \text{ V}$ ,  $\frac{dV_{BE}}{dT} = -2,5 \text{ mV/K}$ ,

$\frac{d\beta}{dT} = 1\%/K$ , inverzna struja zasićenja kolektorskog spoja se udvostruči pri povećanju temperature od  $10K$ .



Slika 1.16.1

Slika 1.16.2

Slika 1.16.3

### REŠENJE:

Da bi smo uočili uticaj promene inverzne struje zasićenja kolektorskog spoja na promene kolektorskih struja koristimo (1.8.16).

a) Kolektorska struja tranzistora sa slike 1.1.1 data je izrazom:

$$(1.16.1) \quad I_C = \beta I_B + (1 + \beta) I_{C0}.$$

Za struju baze možemo da napišemo:

$$(1.16.2) \quad I_B = (U_{CC} - U_{BE}) / R_B = 0,4 \text{ mA}.$$

Struja kolektora je onda:

$$(1.16.3) \quad I_C = \beta(U_{CC} - U_{BE}) / R_B + (1 + \beta) I_{C0} = 20 \text{ mA}.$$

Prethodnu jednačinu možemo da napišemo u obliku:

$$(1.16.4) \quad I_C = I_C(I_{C0}, U_{BE}, \beta).$$

Da bi smo videli kako se menja kolektorska struja sa promenom temperature naći ćemo totalni diferencijal kolektorske struje:

$$(1.16.5) \quad dI_C = \frac{\partial I_C}{\partial I_{C0}} dI_{C0} + \frac{\partial I_C}{\partial U_{BE}} dU_{BE} + \frac{\partial I_C}{\partial \beta} d\beta.$$

Ako se uvedu faktori temperaturske nestabilnosti (osetljivosti)

$$(1.16.6) \quad S_1 = \frac{\partial I_C}{\partial I_{C0}}; S_2 = \frac{\partial I_C}{\partial U_{BE}}; S_3 = \frac{\partial I_C}{\partial \beta}$$

i ako diferencijalne promene zamenimo konačnim priraštajima dobija se:

$$(1.16.7) \quad \Delta I_C = S_1 \Delta I_{C0} + S_2 \Delta U_{BE} + S_3 \Delta \beta.$$

Diferenciranjem jednačine (1.16.3) po  $I_{C0}$ ,  $U_{BE}$  i  $\beta$  respektivno dobijamo:

$$(1.16.8) \quad S_1 = 1 + \beta; S_2 = -\beta/R_B; \\ S_3 = (U_{CC} - U_{BE})/R_B + I_{C0} \approx (U_{CC} - U_{BE})/R_B.$$

Da bi smo videli koji je od sabiraka dominantan pored faktora temperaturske osetljivosti treba da odredimo priraštaje  $I_{C0}$ ,  $U_{BE}$ , i  $\beta$ .

Dobija se:

$$(1.16.9) \quad \Delta I_{C0} \approx 2^5 I_{C0} = 32 \text{ nA}; \Delta U_{BE} = -2,5 \text{ mV} \times 50 = -0,125 \text{ V}; \Delta \beta = 25$$

$$(1.16.10) \quad S_1 = 51, S_2 = -1,77 \text{ mA/V}, S_3 = 0,4 \text{ mA}$$

Priraštaji su:

$$(1.16.11) \quad S_1 \Delta I_{C0} = 1,632 \mu\text{A}, S_2 \Delta U_{BE} = 0,22 \text{ mA}, S_3 \Delta \beta = 10 \text{ mA}.$$

Smenom dobijamo:

$$(1.16.12) \quad \Delta I_C = 10,22 \text{ mA}$$

Možemo da zaključimo da za silicijumski tranzistor dominantni uticaj na ukupnu vrednost priraštaja kolektorske struje ima priraštaj koeficijenta strujnog pojačanja.

b) Za kolo sa slike (Slika 1.16.2) po metodi potencijala čvorova možemo da napišemo sledeće jednačine:

$$(1.16.13) \quad \text{C: } \frac{U_{CE} - U_{CC}}{R_C} + \frac{U_{CE} - U_{BE}}{R_B} + I_C = 0,$$

$$(1.16.14) \quad \text{B: } \frac{U_{BE} - U_{CE}}{R_B} + I_B = 0.$$

Za struju baze dobija se:

$$(1.16.15) \quad I_B = \frac{U_{CC} - R_C I_C - U_{BE}}{R_C + R_B}.$$

Koristeći izraz za struju kolektora (1.16.1) dobijamo da je kolektorska struja:

$$(1.16.16) \quad I_C = \frac{\beta(U_{CC} - U_{BE})}{R_B + (1 + \beta)R_C} + \frac{(R_C + R_B)(1 + \beta)}{R_B + (1 + \beta)R_C} I_{C0} = 20 \text{ mA}$$

Elementi su tako izabrani da se dobije ista struja kolektora kao pod a) kako bi se moglo izvršiti poređenje ova dva kola.

Faktori nestabilnosti su:

$$(1.16.17) \quad S_1 = (1 + \beta) / (1 + \frac{\beta R_C}{R_C + R_B}) \\ S_2 = -\frac{\beta}{R_B} \frac{1}{1 + (1 + \beta)R_C / R_B} \\ S_3 = (I_{C0} + \frac{U_{CC} - U_{BE}}{R_B}) \frac{1 + R_C / R_B}{(1 + R_C(1 + \beta) / R_B)^2}$$

Izrazi su prikazani kako bi se videlo da se faktor temperaturske nestabilnosti stabilisanog pojačavača može prikazati kao proizvod faktora temperaturske nestabilnosti nestabilisanog pojačavača i jednog broja koji je manji od jedinice.

Zamenom brojnih vrednosti dobija se:

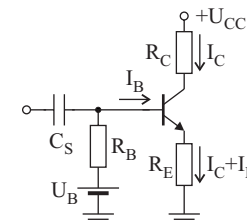
$$(1.16.18) \quad S_1 = 29,3; S_2 = -1,77 \text{ mA/V}; S_3 = 0,187 \text{ mA}$$

Smenom dobijamo:

$$(1.16.19) \quad \Delta I_C = 4,7 \text{ mA}$$

c) Kolo sa slike (Slika 1.16.3) modifikujemo primenom Tevenenove teoreme pri čemu je:

$$(1.16.20) \quad U_B = \frac{R_2}{R_2 + R_1} U_{CC}; R_B = \frac{R_2 R_1}{R_2 + R_1}$$



Slika 1.16.4

Za konturu  $U_B$ - $R_B$ -baza-emitor- $R_E$  možemo da napišemo:

$$(1.16.21) \quad U_B - R_B I_B - U_{BE} - R_E (I_C + I_B) = 0.$$

Ako se iz ove jednačine odredi  $I_B$ , koristeći izraz za kolektorsku struju (1.16.1) može da se odredi struja  $I_C$ :

$$(1.16.22) \quad I_C = \frac{\beta(U_B - U_{BE})}{R_B + (1 + \beta)R_E} + \frac{(R_E + R_B)(1 + \beta)}{R_B + (1 + \beta)R_E} I_{C0} = 20 \text{ mA}.$$

Elementi su tako izabrani da se dobije ista struja kolektora kao pod a) da bi se moglo izvršiti poređenje ova dva kola.

Faktori nestabilnosti su:

$$(1.16.23) \quad S_1 = (1 + \beta) / (1 + \frac{\beta R_E}{R_E + R_B})$$

$$S_2 = -\frac{\beta}{R_B} \frac{1}{1 + (1 + \beta) R_E / R_B}$$

$$S_3 = (I_{C0} + \frac{U_B - U_{BE}}{R_B}) \frac{1 + R_E / R_B}{(1 + R_E (1 + \beta) / R_B)^2}$$

Izrazi su prikazani kako bi se videlo da se faktori temperaturske nestabilnosti stabilisanog pojačavača može prikazati kao proizvod faktora temperaturske nestabilnosti nestabilisanog pojačavača i jednog broja koji je manji od jedinice.

Zamenom brojnih vrednosti dobija se:

$$(1.16.24) \quad S_1 = 16,8; S_2 = -4,77 \text{mA/V}; S_3 = 0,13 \text{mA}$$

Smenom dobijamo:

$$(1.16.25) \quad \Delta I_C = 3,8 \text{mA}$$

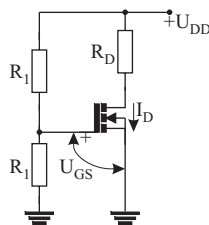
Na osnovu izraza se vidi da će se stabilnost radne tačke biti utoliko bolja ukoliko je odnos  $R_B/R_E$  manji. Veća vrednost za  $R_B$  i manja vrednost za  $R_E$  pogodnije su sa druge strane zbog većeg pojačanja, a taj zahtev je protivurečan zahtevu za stabilizaciju radne tačke, pa se u svakom slučaju pribegava traženju odgovarajućeg kompromisa.

### 1.17. ZADATAK

Ako se pretpostavi da pokretljivost nosilaca ima zavisnost od temperature datu izrazom  $\mu_n \sim 1/T$ , za kolo prikazano na slici (Slika 1.17.1) odrediti:

$$dI_D/dT|_{T_0=300\text{K}}$$

Poznato je:  $U_T = 3 \text{V}$ ;  $dU_T/dT = -3,5 \text{mV/K}$ ;  $A(T_0 = 300\text{K}) = 0,1 \text{mA/V}^2$ ;  $U_{DD} = 20 \text{V}$ ;  $R_D = 800 \Omega$ .



Slika 1.17.1

REŠENJE:

Struja drejna MOSFET-a u oblasti zasićenja data je izrazom  $I_D = A(V_{GS} - V_T)^2$ . Na osnovu definicije zadatka može se pisati da je pokretljivost nosilaca:

$$(1.17.1) \quad \mu_n = C/T,$$

gde je C konstanta koja ne zavisi od temperature. Odavde je očigledno da se zavisnost konstante A od temperature može prikazati u obliku:

$$(1.17.2) \quad A = \mu_n \cdot \frac{W}{L} \cdot \frac{C_{ox}}{2} = \frac{C_1}{T},$$

gde je  $C_1$  nova konstanta, koja ne zavisi od temperature. Kako je u zadatku data brojna vrednost konstante A pri temperaturi od 300 K, moguće je odrediti brojnu vrednost konstante  $C_1$ :

$$(1.17.3) \quad C_1 = A(300\text{K}) \cdot 300\text{K} = 30 \text{mA} \cdot \text{K}/\text{V}^2.$$

Dalje se može pisati da je struja drejna MOSFET-a jednaka:

$$(1.17.4) \quad I_D = C_1 \cdot (U_{GS} - U_T)^2 / T.$$

Može se primetiti da je napon između gejta i sorsa tranzistora jednak  $U_{DD}/2$ , zbog postojanja razdelnika napona sa dva jednaka otpornika:

$$(1.17.5) \quad U_{GS} = U_{DD}/2 = 10\text{V}.$$

Zavisnost struje drejna od temperature dobija se diferenciranjem izraza  $I_D = A(V_{GS} - V_T)^2$  po temperaturi:

$$(1.17.6) \quad \frac{dI_D}{dT} = \frac{\partial I_D}{\partial A} \cdot \frac{dA}{dT} + \frac{\partial I_D}{\partial U_T} \cdot \frac{dU_T}{dT},$$

odakle je:

$$(1.17.7) \quad \frac{dI_D}{dT} = -\frac{C_1}{T^2} \cdot (U_{GS} - U_T)^2 - 2A \cdot (U_{GS} - U_T) \cdot \frac{dU_T}{dT}.$$

Na kraju, zamenom brojnih vrednosti pri temperaturi od 300 K, dobija se da je promena struje drejna sa temperaturom:

$$dI_D/dT|_{T_0=300\text{K}} = -11,4 \mu\text{A/K}.$$

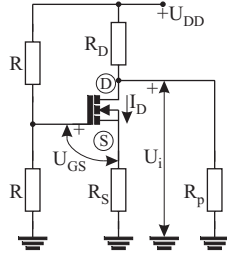
### 1.18. ZADATAK

Za temperaturski stabilisani pojačavač sa slike (Slika 1.18.1) odrediti:

a) izlazni napon,  $U_i$ ;

b)  $dU_i/dT$  na temperaturi  $T_0 = 300 \text{ K}$ , ako se pretpostavi da pokretljivost nosilaca ima zavisnost od temperature  $\mu_n \sim 1/T$ .

Poznato je:  $A = 0,5 \text{ mA/V}^2$ ;  $U_T = 4 \text{ V}$ ;  $U_{DD} = 12 \text{ V}$ ;  $R_S = 8 \text{ k}\Omega$ ;  $R = 2 \text{ M}\Omega$ ;  $R_p = 8 \text{ k}\Omega$ ;  $R_D = 8 \text{ k}\Omega$ ;  $dU_T/dT = -4 \text{ mV/K}$ .



Slika 1.18.1

**REŠENJE:**

a) Potencijal na gejtju tranzistora je poznat i iznosi  $U_G = U_{DD}/2$ . Zato pišemo jednačine za čvorove (D) i (S):

$$(1.18.1) \quad D: (U_i - U_{DD})/R_D + U_i/R_p + I_D = 0;$$

$$(1.18.2) \quad S: U_S/R_S - I_D = 0.$$

Iz jednačine (1.18.2) moguće je napisati da je:

$$(1.18.3) \quad U_S = I_D \cdot R_S.$$

Očigledno je da je za izračunavanje  $U_i$  neophodno odrediti struju drejna  $I_D$ . S druge strane, ako imamo u vidu relaciju  $I_D = A(V_{GS} - V_T)^2$ , koja važi za  $I_D$  tranzistora u zasićenju, jasno je da je struja određena ako je poznat napon  $U_{GS}$ . Na osnovu (1.18.3) može da se napiše:

$$(1.18.4) \quad U_{GS} = U_{DD}/2 - R_S \cdot I_D,$$

što zamenom izraza za struju  $I_D$ , daje:

$$(1.18.5) \quad U_{GS} = U_{DD}/2 - R_S \cdot A \cdot (U_{GS} - U_T)^2.$$

Ako se oduzme  $U_T$  od leve i desne strane jednačine (1.18.2), i dobijeni izraz sredi, dobija se sledeća kvadratna jednačina po  $(U_{GS} - U_T)$ :

$$(1.18.6) \quad (U_{GS} - U_T)^2 + \frac{1}{R_S \cdot A} \cdot (U_{GS} - U_T) + \frac{1}{R_S \cdot A} \cdot (U_T - U_{DD}/2) = 0,$$

čijim rešavanjem se dobijaju dva rešenja za  $(U_{GS} - U_T)$ :

$$(1.18.7) \quad (U_{GS} - U_T)_1 = 1V, i$$

$$(1.18.8) \quad (U_{GS} - U_T)_2 = -2V.$$

Od ova dva rešenja treba odabrati ono koje je veće od 0, zbog toga što je reč o n-kanalnom MOSFET-u i zbog toga što u opštem slučaju kada su u pitanju MOSFET-i treba da je  $|U_{GS}| > |U_T|$ . Na osnovu toga treba odabrati prvo rešenje. Sada je moguće odrediti napon između gejta i sorsa, i on iznosi:

$$(1.18.9) \quad U_{GS} = 5V.$$

Dakle struju drejna je:

$$(1.18.10) \quad I_D = A \cdot (U_{GS} - U_T)^2 = 0,5 \text{ mA}.$$

Iz (1.18.1) sledi da je:

$$(1.18.11) \quad U_i = \frac{R_p}{R_D + R_p} \cdot (U_{DD} - R_D \cdot I_D),$$

što kada se zamene brojne vrednosti daje:

$$U_i = 4V.$$

b) Uzimajući u obzir činjenicu da u izrazu za  $U_i$  jedino struja drejna zavisi od temperature, može se pisati da je:

$$(1.18.12) \quad \frac{dU_i}{dT} = -\frac{R_p \cdot R_D}{R_p + R_D} \cdot \frac{dI_D}{dT},$$

pri čemu je struja drejna definisana izrazom  $I_D = A(U_{GS} - U_T)^2$ . Ako se potraži zavisnost  $dI_D/dT$ , diferenciranjem po temperaturi, dobija se da je:

$$(1.18.13) \quad \frac{dI_D}{dT} = \frac{dA}{dT} \cdot (U_{GS} - U_T)^2 + 2A \cdot (U_{GS} - U_T) \cdot \frac{dU_{GS}}{dT} - 2A \cdot (U_{GS} - U_T) \cdot \frac{dU_T}{dT},$$

pri čemu  $A$  zavisi od temperature  $A = C/T$ , odakle sledi da je  $C = A(T_0) \cdot T_0$ .

Sada se može pisati da je:

$$(1.18.14) \quad \frac{dA}{dT} = \frac{d(C/T)}{dT} = -\frac{C}{T^2} = -\frac{A(T_0) \cdot T_0}{T^2}.$$

Treba još odrediti promenu napona  $U_{GS}$  sa temperaturom. S tim ciljem diferenciramo izraz (1.18.4) po temperaturi, čime se dobija da je:

$$(1.18.15) \quad dU_{GS}/dT = -R_S \cdot dI_D/dT.$$

Kako je poznata promena napona  $U_T$  sa temperaturom, to se može pisati da je:

$$(1.18.16) \quad \frac{dI_D}{dT} = -\frac{A(T_0) \cdot T_0}{T^2} \cdot (U_{GS} - U_T)^2 - 2A \cdot (U_{GS} - U_T) \cdot R_S \cdot \frac{dI_D}{dT} - 2A \cdot (U_{GS} - U_T) \frac{dU_T}{dT}$$

Sređivanjem ove jednačine dobija se da je:

$$(1.18.17) \quad \frac{dI_D}{dT} = -\frac{A(T_0) \cdot T_0 \cdot (U_{GS} - U_T)^2}{T^2 \cdot (1 + 2A \cdot R_S \cdot (U_{GS} - U_T))} - \frac{2A \cdot (U_{GS} - U_T)}{(1 + 2A \cdot R_S \cdot (U_{GS} - U_T))} \cdot \frac{dU_T}{dT}$$

Pri temperaturi od  $T_0 = 300$  K, zamenom ostalih brojnih vrednosti dobija se da je promena struje  $I_D$  sa temperaturom:

$$dI_D/dT = -1,88 \mu A/K.$$

Na kraju, zamenom brojnih vrednosti u izraz (1.18.12) dobija se da je promena napona  $U_i$  sa temperaturom:

$$dU_i/dT = 7,52 mV/K.$$

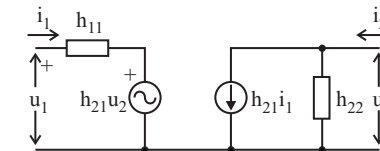
## 2. NF POJAČAVAČI

### 2.1. ZADATAK

- Nacrtați 'h' četvoropol, navesti jednačine koje opisuju četvoropol, definiciju i prirodu 'h' parametara.
- Izvesti linearni model bipolarnog tranzistora u spoju sa zajedničkim emitorom.

#### REŠENJE:

a) Šema linearnog modela četvoropola predstavljenog pomoću 'h' parametara prikazana je na slici (Slika 2.1.1).



Slika 2.1.1

Za 'h' četvoropol važi:

$$(2.1.1) \quad u_1 = h_{11}i_1 + h_{12}u_2$$

$$(2.1.2) \quad i_2 = h_{21}i_1 + h_{22}u_2$$

Prethodni sistem jednačina može se predstaviti u matičnom obliku kao:

$$(2.1.3) \quad \begin{bmatrix} u_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ u_2 \end{bmatrix}$$

Dakle, 'h' parametri se definišu kao:

$$(2.1.4) \quad h_{11} = \left. \frac{u_1}{i_1} \right|_{u_2=0}; \quad h_{12} = \left. \frac{u_1}{u_2} \right|_{i_1=0};$$

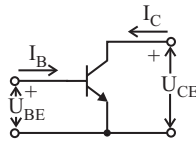
$$h_{21} = \left. \frac{i_2}{i_1} \right|_{u_2=0}; \quad h_{22} = \left. \frac{i_2}{u_2} \right|_{i_1=0}$$

b) Svaki aktivni element može da se predstavi kao četvoropol sa jednim parom ulaznih i jednim parom izlaznih priključaka (polova). Kako aktivni element ima samo tri priključaka proizilazi da su jedan ulazni i jedan izlazni kraj u kratkom spoju. To je 'zajednička elektroda'. Stoga u kolu nastaju samo dva nezavisna napona i dve nezavisne struje.

Sam četvoropol je linearan, dok je uopšteni aktivni element nelinearan. U tom cilju karakterisitike aktivnog elementa u okolini radne tačke, biće zamenjenim pravim linijama. Sistem jednačina koji opisuje te linije određuje u stvari linearni model odnosno model za male signale. Radna tačka (jednosmerni naponi i struje aktivnog elementa) određeni su kolum za polarizaciju.

Bipolarni tranzistor se obično predstavlja 'h' četvoropolom, jer 'h' reprezentacija najviše odgovara prirodi rada BJT-a.

Veze između ulaznih i izlaznih veličina se kod pojačavača sa zajedničkim emitorom mogu prikazati u obliku:



Slika 2.1.2

$$(2.1.5) \quad U_{BE} = f(I_B, U_{CE})$$

$$(2.1.6) \quad I_C = f(I_B, U_{CE})$$

Ove funkcije su nelinearne pošto su i karakteristike aktivnog elementa nelinearne. U okolini mirne radne tačke jednačine (2.1.5) i (2.1.6) se mogu razviti u Taylor-ov red. Razliku  $x - X_M$  koja predstavlja odstupanje trenutne vrednosti napona ili struje ( $x$ ) od jednosmerne vrednosti ( $X_M$ ) označićemo kao diferencijal ( $dx$ ). Taylor-ov red za sistem (2.1.5) i (2.1.6) je:

$$(2.1.7) \quad dU_{BE} = \frac{\partial U_{BE}}{\partial I_B} dI_B + \frac{\partial U_{BE}}{\partial U_{CE}} dU_{CE} + \frac{\partial^2 U_{BE}}{\partial I_B \partial U_{CE}} dI_B dU_{CE} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 U_{BE}}{\partial I_B^2} d^2 I_B + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 U_{BE}}{\partial U_{CE}^2} d^2 U_{CE} + \dots$$

$$(2.1.8) \quad dI_C = \frac{\partial I_C}{\partial I_B} dI_B + \frac{\partial I_C}{\partial U_{CE}} dU_{CE} + \frac{\partial^2 I_C}{\partial I_B \partial U_{CE}} dI_B dU_{CE} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 I_C}{\partial I_B^2} d^2 I_B + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 I_C}{\partial U_{CE}^2} d^2 U_{CE} + \dots$$

Ako su karakteristike u okolini radne tačke približno pravolinijske, dovoljno je uzeti samo linearne članove Taylor-ovog reda:

$$(2.1.9) \quad dU_{BE} = \frac{\partial U_{BE}}{\partial I_B} dI_B + \frac{\partial U_{BE}}{\partial U_{CE}} dU_{CE}$$

$$(2.1.10) \quad dI_C = \frac{\partial I_C}{\partial I_B} dI_B + \frac{\partial I_C}{\partial U_{CE}} dU_{CE}$$

Dalja aproksimacija se sastoji u tome da se diferencijali zamene konačnim priraštajima. Ako su amplitude naizmeničnih signala male, pomeraji radne tačke usled sinusoidalnih pobuda mogu biti identifikovani sa priraštajima (2.1.9) i (2.1.10), tako da ako se konačni priraštaji zamene amplitudama naizmeničnih struja odnosno napona dobija se:

$$(2.1.11) \quad dU_{BE} = \frac{\partial U_{BE}}{\partial I_B} i_B + \frac{\partial U_{BE}}{\partial U_{CE}} u_{CE}$$

$$(2.1.12) \quad dI_C = \frac{\partial I_C}{\partial I_B} i_B + \frac{\partial I_C}{\partial U_{CE}} u_{CE}$$

Ako se uporede jednačine (2.1.1) i (2.1.2) sa (2.1.11) i (2.1.12) dobija se:

$$h_{11} = \frac{\partial U_{BE}}{\partial I_B} \text{ ulazna otpornost za kratkospojen izlaz (reda k\Omega)}$$

$$h_{12} = \frac{\partial U_{BE}}{\partial U_{CE}} \text{ koeficijent naponske povratne sprege (10^{-4}-10^{-5})}$$

$$h_{21} = \frac{\partial I_C}{\partial I_B} \text{ koeficijent strujnog pojačanja (nekoliko desetina do hiljadu)}$$

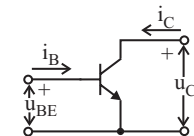
$$h_{22} = \frac{\partial I_C}{\partial U_{CE}} \text{ izlazna admitansa za otvoren ulaz (reda nekoliko desetina \mu S)}$$

## 2.2. ZADATAK

Za bipolarni tranzistor poznati su 'h<sub>e</sub>' parametri ('h' parametri sa zajedničkim emotorom). Odrediti 'h<sub>c</sub>' i 'h<sub>b</sub>' parametre istog tranzistora.

### REŠENJE:

Za spoj sa uzemljenim emitorom je na osnovu slike ( ):



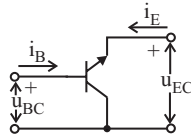
Slika 2.2.1

$$(2.2.1) \quad u_{BE} = h_{11E}i_B + h_{12E}u_{CE},$$

$$(2.2.2) \quad i_C = h_{21E}i_B + h_{22E}u_{CE},$$

$$(2.2.3) \quad \Delta h_E = h_{11E}h_{22E} - h_{12E}h_{21E}.$$

Za spoj sa uzemljenim kolektorom je na osnovu slike (Slika 2.2.2):



Slika 2.2.2

$$(2.2.4) \quad u_{BC} = h_{11C}i_B + h_{12C}u_{EC},$$

$$(2.2.5) \quad i_E = h_{21C}i_B + h_{22C}u_{EC}.$$

Da bi smo odredili 'hc' parametre treba na osnovu (2.2.1) i (2.2.2) doći do izraza (2.2.3) i (2.2.4).

Kako važe sledeće jednačine:

$$(2.2.6) \quad u_{CE} = -u_{EC};$$

$$(2.2.7) \quad u_{BE} = u_{BC} - u_{EC};$$

$$(2.2.8) \quad i_C = -i_B - i_E$$

Zamenom (2.2.7) i (2.2.8) u jednačinu (2.2.1) dobijamo:

$$(2.2.9) \quad u_{BE} = u_{BC} - u_{EC} = h_{11E}i_B + h_{12E}(-u_{EC}),$$

Nakon sređivanja imamo:

$$(2.2.10) \quad u_{BC} = h_{11E}i_B + (1 - h_{12E})u_{EC}$$

Zamenom (2.2.6) i (2.2.8) u jednačinu (2.2.2) dobija se:

$$(2.2.11) \quad -i_E - i_B = h_{21E}i_B + h_{22E}(-u_{EC}),$$

Nakon sređivanja imamo:

$$(2.2.12) \quad i_E = -(1 + h_{21E})i_B + h_{22E}u_{EC}$$

Ako jednačine (2.2.10) i (2.2.12) uporedimo sa jednačinama (2.2.4) i (2.2.5) dobijamo:

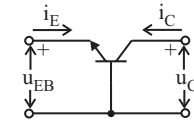
$$(2.2.13) \quad h_{11C} = h_{11E};$$

$$(2.2.14) \quad h_{12C} = 1 - h_{12E};$$

$$(2.2.15) \quad h_{21C} = -(1 + h_{21E});$$

$$(2.2.16) \quad h_{22C} = h_{22E}$$

Za spoj sa uzemljenom bazom (Slika 2.2.3) na osnovu 'h' modela važe sledeće jednačine:



Slika 2.2.3

$$(2.2.17) \quad u_{EB} = h_{11B}i_E + h_{12B}u_{CB}$$

$$(2.2.18) \quad i_C = h_{21B}i_E + h_{22B}u_{CB}$$

Kako važe sledeće jednačine:

$$(2.2.19) \quad u_{BE} = -u_{EB};$$

$$(2.2.20) \quad u_{CE} = u_{CB} - u_{EB}$$

$$(2.2.21) \quad i_B = -i_C - i_E;$$

sličnim postupkom kao za 'hc' dobijamo:

$$(2.2.22) \quad h_{11B} = \frac{h_{11E}}{1 + h_{21E} + \Delta h_E - h_{12E}} \approx \frac{h_{11E}}{1 + h_{21E}};$$

$$(2.2.23) \quad h_{12B} = \frac{\Delta h_E - h_{12E}}{1 + h_{21E} + \Delta h_E - h_{12E}} \approx \frac{\Delta h_E - h_{12E}}{1 + h_{21E}};$$

$$(2.2.24) \quad h_{21B} = -\frac{h_{21E}}{1 + h_{21E}} - \frac{h_{22E}h_{11E}}{(1 + h_{21E} + \Delta h_E - h_{12E})(1 + h_{21E})};$$

$$\approx -\frac{h_{21E}}{1 + h_{21E}}$$

$$(2.2.25) \quad h_{22B} = \frac{h_{22E}}{1 + h_{21E}} + h_{22E} \frac{h_{12E} - \Delta h}{(1 + h_{21E} + \Delta h_E - h_{12E})(1 + h_{21E})};$$

$$\approx \frac{h_{22E}}{1 + h_{21E}}$$



Približni izrazi su određeni uz aproksimaciju da za tipične vrednosti 'h<sub>E</sub>' parametra važi:  $\Delta h_E \ll 1$ ;  $h_{12E} \ll 1$ ;  $h_{21E} \gg 1$  i  $h_{11E}h_{22} \ll 1$ . Rezultati su sumirizovani u sledećoj tabeli.

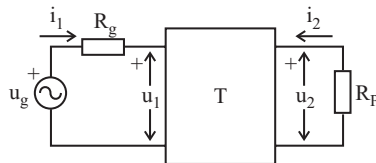
Tabela 2.2.1

E	C	B
$h_{11E}$	$h_{11E}$	$\frac{h_{11E}}{1+h_{21E}} \approx \frac{h_{11E}}{h_{21E}}$
$h_{12E}$	$1-h_{12E} \approx 1$	$\frac{\Delta h_E - h_{12E}}{1+h_{21E}} \approx 0$
$h_{21E}$	$-(1+h_{21E}) \approx -h_{21E}$	$-\frac{h_{21E}}{1+h_{21E}} \approx -1$
$h_{22E}$	$h_{22E} \approx 0$	$\frac{h_{22E}}{1+h_{21E}} \approx 0$

### 2.3. ZADATAK

U kolu pojačavača sa slike 3.2.1 poznato je  $R_g$ ,  $R_p$  i 'h' parametri aktivnog elementa. Odrediti:

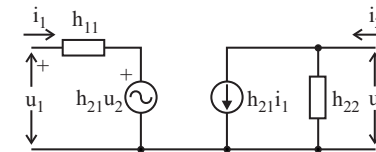
- Strujno pojačanje  $A_s = i_2/i_1$ ;
- Ulaznu otpornost tranzistora  $R_{ul} = u_1/i_1$ ;
- Naponsko pojačanje  $A_n = u_2/u_1$ .
- Ukupno naponsko pojačanje  $A_u = u_2/u_g$  ako se generator pobuđuje realnim naponskim generatorom.
- Ukupno strujno pojačanje  $A_i = i_2/i_g$  ako se generator pobuđuje realnim strujnim generatorom.
- Izlaznu otpornost tranzistora  $R_{iz} = u_p/i_c$ .



Slika 2.3.1

#### REŠENJE:

a) Linearni 'h' model aktivnog elementa je dat na slici (Slika 2.3.2). Zamenom 'h' modela aktivnog elementa dobija se kolo na slici (Slika 2.3.3).

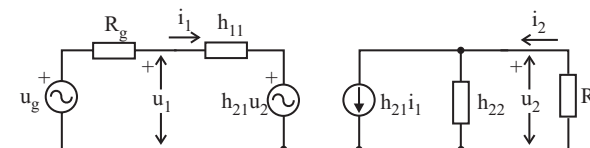


Slika 2.3.2

Za 'h' četvoropol važi:

$$(2.3.1) \quad u_1 = h_{11}i_1 + h_{12}u_2$$

$$(2.3.2) \quad i_2 = h_{21}i_1 + h_{22}u_2$$



Slika 2.3.3

Napon  $u_2$  je na osnovu kola:

$$(2.3.3) \quad u_2 = -i_2 R_p$$

Ako prethodnu jednačinu zamenimo u izraz za  $i_2$  dobija se:

$$(2.3.4) \quad i_2 = h_{21}i_1 + h_{22}(-i_2 R_p)$$

$$(2.3.5) \quad i_2(1 + h_{22}R_p) = h_{21}i_1 \Rightarrow A_s = \frac{i_2}{i_1} = \frac{h_{21}}{1 + h_{22}R_p}$$

b)

$$(2.3.6) \quad u_2 = -i_2 R_p = -R_p(A_s i_1)$$

$$(2.3.7) \quad u_1 = h_{11}i_1 + h_{12}u_2 = h_{11}i_1 + h_{12}(-R_p A_s i_1)$$

$$(2.3.8) \quad R_{ul} = \frac{u_1}{i_1} = h_{11} - \frac{h_{12}h_{21}R_p}{1 + h_{22}R_p} = \frac{h_{11} + \Delta h R_p}{1 + h_{22}R_p},$$

gde je  $\Delta h = h_{11}h_{22} - h_{12}h_{21}$ .

Može da uoči da ulazna otpornost zavisi od vrednosti potrošača. To je zbog toga što pored direktnog puta signala (od ulaza ka izlazu parametar  $h_{21}$ ) postoji i inverzni put signala (od izlaza ka ulazu parametar  $h_{12}$ ). Kaže se da pojačavač nije unilateralan. Kada bi postojao samo direktni put signala (parametar  $h_{12} = 0$ ) onda bi pojačavač bio unilateralan i ulazna otpornost ne bi zavisila od potrošača ( $R_{ul} = h_{11}$ ).

c)

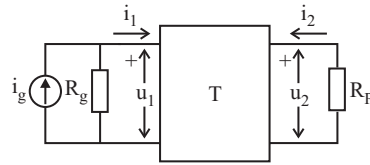
$$(2.3.9) \quad A_n = \frac{u_2}{u_1} = -\frac{R_p i_2}{R_{ul} i_1} = -\frac{R_p}{R_{ul}} A_s$$

$$(2.3.10) \quad A_n = -\frac{R_p}{\frac{h_{11} + \Delta h R_p}{1 + h_{22} R_p}} \frac{h_{21}}{1 + h_{22} R_p} = -\frac{R_p h_{21}}{h_{11} + \Delta h R_p}$$

d)

$$(2.3.11) \quad A_u = \frac{u_2}{u_g} = -\frac{R_p i_2}{(R_{ul} + R_g) i_1} = -\frac{R_p}{(R_{ul} + R_g)} A_s$$

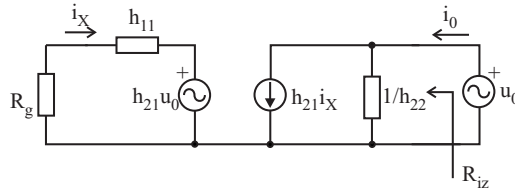
e)



Slika 2.3.4

$$(2.3.12) \quad A_i = \frac{i_2}{i_g} = \frac{i_2}{i_1} \frac{i_1}{i_g} = \frac{h_{21}}{1 + h_{22} R_p} \frac{R_g}{R_g + R_{ul}}$$

f) Izlaznu otpornost određujemo tako što kratkospojimo ulazni generator a na izlaz kola priključimo idealni naponski (strujni) generator.



Slika 2.3.5

$$(2.3.13) \quad i_0 = h_{21} i_x + u_0 h_{22}$$

$$(2.3.14) \quad (R_g + h_{11}) i_x + h_{12} u_0 = 0 \Rightarrow i_x = -\frac{h_{12} u_0}{R_g + h_{11}}$$

$$(2.3.15) \quad i_0 = -\frac{h_{21} h_{12} u_0}{R_g + h_{11}} + u_0 h_{22}$$

$$(2.3.16) \quad \frac{1}{R_{iz}} = \frac{i_0}{u_0} = h_{22} - \frac{h_{21} h_{12}}{R_g + h_{11}} = \frac{h_{22} R_g + h_{22} h_{11} - h_{21} h_{12}}{R_g + h_{11}}$$

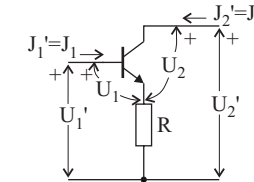
$$= \frac{h_{22} R_g + \Delta h}{R_g + h_{11}}$$

$$(2.3.17) \quad R_{iz} = \frac{R_g + h_{11}}{h_{22} R_g + \Delta h}$$

Može da se uoči, kao i kod izraza za ulaznu otpornost, do izlazna otpornost zavisi od otpornosti generatora zbog postojanja parametra  $h_{12}$ , tj. neunilateralnosti pojačavača. Kada bi parametar  $h_{12}$  bio nula pojačavač bi bio unilatralan i izlazna otpornost ne bi zavisila od otpornosti potrošača ( $R_{iz} = 1/h_{22}$ ).

## 2.4. ZADATAK

- Određiti ekvivalentne h parametre za kolo sa slike (Slika 2.4.1) ako su h parametri aktivnog elementa poznati.
- Dobijene izraze za ekvivalentne h parametre uprostiti uz uslov da su parametri  $h_{12}$  i  $h_{22}$  bipolarnog tranzistora jednaki nuli.



Slika 2.4.1

### NAPOMENA:

Mada je na slici (Slika 2.4.1) prikazan tranzistor sa zajedničkim emitorom, dobijeni rezultati su opšti i važe za svaku konfiguraciju kada je između zajedničke elektrode i mase priključen otpornik.

### REŠENJE:

a) Jednačine ekvivalentnog četvorpolu opisanog h parametarima su:

$$(2.4.1) \quad J_1' = h_{11}' \cdot J_1' + h_{12}' \cdot U_2'$$

$$(2.4.2) \quad J_2' = h_{21}' \cdot J_1' + h_{22}' \cdot U_2'$$

dok su jednačine bipolarnog tranzistora kao četvoropola sa h parametrima:

$$(2.4.3) \quad U_1 = h_{11} \cdot J_1 + h_{12} \cdot U_2;$$

$$(2.4.4) \quad J_2 = h_{21} \cdot J_1 + h_{22} \cdot U_2.$$

Na osnovu kola sa slike (Slika 2.4.1) mogu se napisati izrazi za  $U_1$  i  $U_2$  u funkciji napona i struja ekvivalentnog četvoropola:

$$(2.4.5) \quad U_1 = U_1' - R \cdot (J_1' + J_2');$$

$$(2.4.6) \quad U_2 = U_2' - R \cdot (J_1' + J_2').$$

Sada se (2.4.6), zajedno sa uslovom  $J_1 = J_1'$  može zameniti u jednačinu (2.4.4), odakle se dobija:

$$(2.4.7) \quad J_2' = h_{21} \cdot J_1' + h_{22} \cdot (U_2' - R \cdot (J_1' + J_2')).$$

Sređivanjem (2.4.7) dobija se izraz za struju  $J_2'$  u funkciji  $J_1'$  i napona  $U_2'$ :

$$(2.4.8) \quad J_2' = \frac{h_{21} - R \cdot h_{22}}{1 + h_{22} \cdot R} \cdot J_1' + \frac{h_{22}}{1 + h_{22} \cdot R} \cdot U_2'$$

Iz jednačine (2.4.8) se dobijaju vrednosti za parametre  $h_{21}'$  i  $h_{22}'$ :

$$(2.4.9) \quad h_{21}' = \frac{h_{21} - R \cdot h_{22}}{1 + h_{22} \cdot R}, \quad h_{22}' = \frac{h_{22}}{1 + h_{22} \cdot R}$$

Na sličan način zamenom vrednosti napona (2.4.5) i (2.4.6) i struja tranzistora u (2.4.3) preko istog ekvivalentnog kola dobija se:

$$(2.4.10) \quad U_1' - R \cdot (J_1' + J_2') = h_{11} \cdot J_1' + h_{12} \cdot (U_2' - R \cdot (J_1' + J_2'))$$

i sređivanjem:

$$(2.4.11) \quad U_1' = [h_{11} + R \cdot (1 - h_{12})] \cdot J_1' + R \cdot (1 - h_{12}) \cdot J_2' + h_{12} \cdot U_2'.$$

Ako se (2.4.8) zameni u (2.4.11) dobija se druga jednačina, koja sada definiše  $U_1'$  u funkciji  $J_1'$  i  $U_2'$ :

$$(2.4.12) \quad U_1' = \left[ h_{11} + R \cdot (1 - h_{12}) \cdot \left( 1 - \frac{h_{21} - R \cdot h_{22}}{1 + h_{22} \cdot R} \right) \right] \cdot J_1' + \left[ h_{12} + R \cdot (1 - h_{12}) \cdot \frac{h_{22}}{1 + h_{22} \cdot R} \right] \cdot U_2'$$

Najzad, iz (3.2.12) je lako uočiti vrednosti  $h_{11}$  i  $h_{12}$ :

$$(2.4.13) \quad h_{11}' = h_{11} + R \cdot (1 - h_{12}) \cdot \left( 1 + \frac{h_{21} - R \cdot h_{22}}{1 + h_{22} \cdot R} \right)$$

$$h_{12}' = h_{12} + R \cdot (1 - h_{12}) \cdot \frac{h_{22}}{1 + h_{22} \cdot R}$$

b) Ako se uzme u obzir pretpostavka da je  $h_{12}' \approx 0$  i  $h_{22}' \approx 0$ , što važi samo za bipolarni tranzistor u sprezi sa zajedničkim emitorom i zajedničkom bazom, dobijaju se uprošćeni izrazi za ekvivalentne h parametre:

$$h_{11}' \approx h_{11} + R \cdot (1 + h_{21}), \quad h_{12}' \approx h_{12} + R \cdot h_{22} \approx 0$$

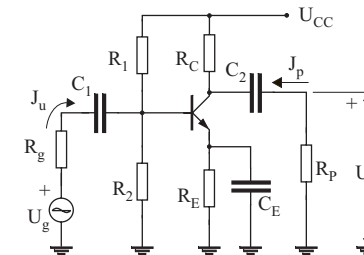
$$h_{21}' \approx h_{21}, \quad h_{22}' \approx h_{22} \approx 0.$$

## 2.5. ZADATAK

Na slici (Slika 2.5.1) prikazan je jednostepeni pojačavač sa zajedničkim emitorom. Parametri tranzistora su:  $h_{11E} = 2 \text{ k}\Omega$ ;  $h_{12E} = 20 \cdot 10^{-4}$ ;  $h_{21E} = 50$ ;  $h_{22E} = 50 \text{ }\mu\text{A/V}$ . Odrediti sledeće osobine pojačavača na srednjim frekvencijama:

- Strujno pojačanje  $A_s = J_p/J_u$ ;
- Ulaznu otpornost  $R_u = U_g/J_u$ ;
- Izlaznu otpornost  $R_{iz} = U_p/J_p$ ;
- Naponsko pojačanje  $A = U_p/U_g$ .

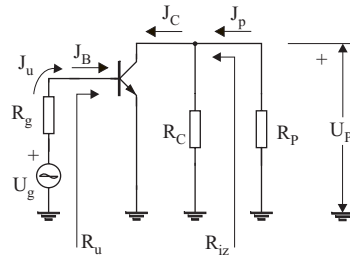
Poznato je  $R_g = 600 \text{ }\Omega$ ;  $R_C = R_p = 5 \text{ k}\Omega$ ;  $R_1 = R_2 \rightarrow \infty$ ;  $C_1 = C_2 = C_E \rightarrow \infty$ .



Slika 2.5.1

## REŠENJE:

Za naizmjenični režim kondenzatori, kao i idealni jednosmerni naponski izvori predstavljaju kratke spojeve, pa je kolo za naizmjenični režim dato na slici (Slika 2.5.2).



Slika 2.5.2

a) Strujno pojačanje je količnik struje kroz potrošač i ulazne struje. Ovaj količnik se može rastaviti na sledeći način:

$$(2.5.1) \quad A_s = \frac{J_p}{J_u} = \frac{J_p}{J_C} \cdot \frac{J_C}{J_B} \cdot \frac{J_B}{J_u}$$

Srednji član je strujno pojačanje samog tranzistora u spoju sa zajedničkim emitorom, za koje važi izraz:

$$(2.5.2) \quad \frac{J_C}{J_B} = \frac{h_{21E}}{1 + h_{22E} \cdot (R_C \parallel R_p)}$$

Prvi član u (2.5.1) je običan strujni razdelnik:

$$(2.5.3) \quad J_p/J_C = R_C/(R_C + R_p),$$

a zadnji član je određen time što su struje  $J_B$  i  $J_u$  jednake:

$$(2.5.4) \quad J_B/J_u = 1.$$

Smenom (2.5.2), (2.5.3) i (2.5.4) u (2.5.1) dobija se:

$$(2.5.5) \quad A_s = \frac{R_C}{R_C + R_p} \cdot \frac{h_{21E}}{1 + h_{22E} \cdot (R_C \parallel R_p)} \cdot 1 \cong 22,2.$$

Izvođenje formula za ulaznu i izlaznu otpornost tranzistora, kao i za već korišćeno strujno pojačanje dato je u prethodnom zadatku, te će ovde biti dati samo krajnji izrazi:

b) Ulazna otpornost:

$$(2.5.6) \quad R_u = \frac{U_g}{J_u} = \frac{h_{11E} + \Delta h_E \cdot (R_C \parallel R_p)}{1 + h_{22E} \cdot (R_C \parallel R_p)} = 1,77 \text{ k}\Omega.$$

c) Izlazna otpornost:

$$(2.5.7) \quad R_{iz} = \frac{U_p}{J_C} = \frac{h_{11E} + R_g}{\Delta h_E + h_{22E} \cdot R_g} = 4,65 \text{ k}\Omega.$$

d) Naponsko pojačanje je količnik napona na potrošaču i napona na generatoru. Ovi naponi se mogu predstaviti preko struja, odakle se, zamenom strujnog pojačanja, dobija traženo naponsko pojačanje:

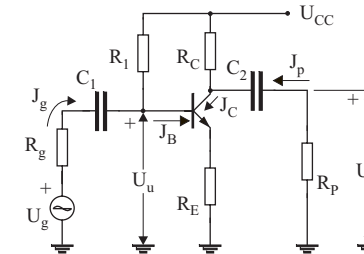
$$(2.5.8) \quad A = \frac{U_p}{U_g} = \frac{-R_p \cdot J_p}{(R_g + R_{ul}) \cdot J_u} = -\frac{R_p}{R_g + R_{ul}} \cdot A_s = -46,8.$$

## 2.6. ZADATAK

Kolo na slici (Slika 2.6.1) predstavlja jednostepeni pojačavač sa bipolarnim tranzistorom. Pretpostavljajući da su kapacitivnosti kondenzatora  $C_1$  i  $C_2$  vrlo velike, odrediti:

- Ulaznu otpornost tranzistora  $R_u = U_u/J_B$ ;
- Izlaznu otpornost tranzistora  $R_{iz} = U_p/J_C$ ;
- Strujno pojačanje  $A_s = J_p/J_g$ ;
- Naponsko pojačanje  $A = U_p/U_g$ .

Parametri tranzistora su  $h_{11E} = 1,1 \text{ k}\Omega$ ;  $h_{12E} = 25 \cdot 10^{-4}$ ;  $h_{21E} = 50$ ;  $h_{22E} = 25 \mu\text{A/V}$ . Elementi kola su:  $R_p = R_C = 20 \text{ k}\Omega$ ;  $R_g = 1 \text{ k}\Omega$ ;  $R_1 = 150 \text{ k}\Omega$ ;  $R_E = 1 \text{ k}\Omega$ .



Slika 2.6.1

## REŠENJE:

Električna šema kola za naizmjenični režim data je na slici (Slika 2.6.2). Na osnovu zadatka 2.4 mogu da se izračunaju ekvivalentni h parametri četvoropola koga čine tranzistor i emitorski otpornik  $R_E$ :

$$(2.6.1) \quad h'_{11E} = h_{11E} + (1 + h_{21E}) \cdot R_E = 52,1 \text{ k}\Omega,$$

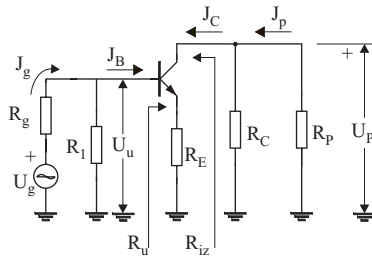
$$(2.6.2) \quad h'_{12E} = h_{12E} + \frac{h_{22E} \cdot R_E}{1 + h_{22E} \cdot R_E} \cong h_{12E} + h_{22E} \cdot R_E = 25 \cdot 10^{-3},$$

$$(2.6.3) \quad h_{21E}' = \frac{h_{21E} - R_E \cdot h_{22E}}{1 + h_{22E} \cdot R_E} \cong h_{21E} = 50,$$

$$(2.6.4) \quad h_{22E}' = \frac{h_{22E}}{1 + h_{22E} \cdot R_E} \cong h_{22E} = 25 \frac{\mu A}{V},$$

i

$$(2.6.5) \quad \Delta h_E' = h_{11}' \cdot h_{22}' - h_{12}' \cdot h_{21}' = 52,5 \cdot 10^{-3}.$$



Slika 2.6.2

Ako se u kolu sa slike (Slika 2.6.2) tranzistor i  $R_E$  zamene ekvivalentnim tranzistorom, kolo se svodi na ono prikazano na slici (Slika 2.5.2) pa mogu da se koriste ranije izvedeni izrazi. Dakle:

b) Ulazna otpornost tranzistora je:

$$(2.6.6) \quad R_u = \frac{h_{11E}' + \Delta h_E' \cdot (R_C \parallel R_p)}{1 + h_{22E}' \cdot (R_C \parallel R_p)} = 42k\Omega.$$

c) Izlazna otpornost tranzistora je:

$$(2.6.7) \quad R_{iz} = \frac{U_p}{J_C} = \frac{h_{11E}' + R_g \parallel R_1}{\Delta h_E' + h_{22E}' \cdot (R_g \parallel R_1)} = 685k\Omega.$$

d) Strujno pojačanje pojačavača dato je izrazom:

$$(2.6.8) \quad A_s = \frac{J_p}{J_g} = \frac{J_p}{J_C} \cdot \frac{J_C}{J_B} \cdot \frac{J_B}{J_g} = \frac{R_C}{R_C + R_p} \cdot \frac{J_C}{J_B} \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_{ul}},$$

gde je strujno pojačanje tranzistora:

$$(2.6.9) \quad \frac{J_C}{J_B} = \frac{h_{21E}'}{1 + h_{22E}' \cdot (R_C \parallel R_p)} = 40.$$

Prema tome, strujno pojačanje pojačavača iznosi:

$$A_i = 15,625.$$

e) Naponsko pojačanje pojačavača se može predstaviti kao:

$$(2.6.10) \quad A = \frac{U_p}{U_g} = \frac{-R_p \cdot J_p}{(R_g + R_1 \parallel R_{ul}) \cdot J_u} = -\frac{R_p}{R_g + R_1 \parallel R_{ul}} \cdot A_s = -9,242.$$

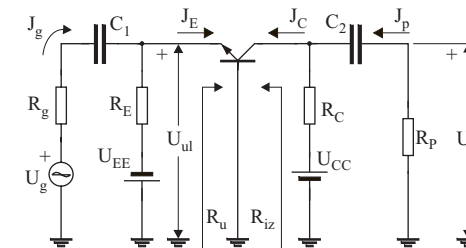
Može se primetiti da je naponsko pojačanje relativno malo, što je posledica uticaja otpornika u kolu emitora tranzistora.

## 2.7. ZADATAK

Na slici (Slika 2.7.1) prikazan je pojačavač u spoju sa zajedničkom bazom. Parametri tranzistora su:  $h_{11E} = 1560 \Omega$ ;  $h_{12B} = 0$ ;  $h_{22E} = 0$ ;  $h_{21E} = 49$ . Odrediti:

- ulaznu otpornost tranzistora  $R_u = U_{ul}/J_E$ ,
- izlaznu otpornost tranzistora  $R_{iz} = U_p/J_C$ ,
- strujno pojačanje  $A_s = J_p/J_g$ , i
- naponsko pojačanje  $A = U_p/U_g$ .

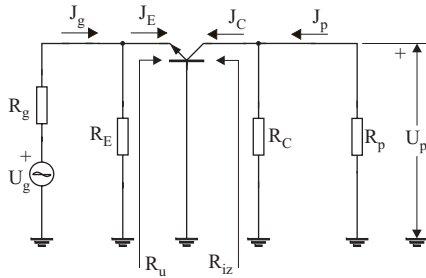
Elementi kola su  $R_g = 50 \Omega$ ;  $R_C = R_p = 10 k$ ;  $R_E = 100 \Omega$ ;  $C_1 = C_2 \rightarrow \infty$ .



Slika 2.7.1

### REŠENJE:

Kolo za naizmenični signal dobija se kratkospajanjem izvora jednosmernih napona i kondenzatora velike kapacitivnosti i prikazano je na slici (Slika 2.7.2).



Slika 2.7.2

Izrazi za ulaznu i izlaznu otpornost tranzistora u spoju sa zajedničkom bazom su slični obrascima za spoj sa zajedničkim emitorom, samo što umesto  $h_E$  figurišu  $h_B$  parametri.

a) Stoga je ulazna otpornost tranzistora:

$$(2.7.1) \quad R_u = \frac{h_{11B} + \Delta h_B \cdot (R_C \parallel R_p)}{1 + h_{22B} \cdot (R_C \parallel R_p)} = h_{11B} = \frac{h_{11E}}{1 + h_{21E}} = 31,2 \Omega.$$

b) Izlazna otpornost je:

$$(2.7.2) \quad R_{iz} = \frac{h_{11B} + (R_E \parallel R_g)}{\Delta h_B + h_{22B} \cdot (R_E \parallel R_g)} = \infty.$$

c) Strujno pojačanje se dobija iz:

$$(2.7.3) \quad A_s = \frac{J_p}{J_g} = \frac{J_p}{J_C} \cdot \frac{J_C}{J_E} \cdot \frac{J_E}{J_g}.$$

Prvi i treći član se računaju iz strujnih razdelnika:

$$(2.7.4) \quad J_p/J_C = R_C / (R_C + R_p) = 0,5, \text{ i}$$

$$(2.7.5) \quad J_E/J_g = R_E / (R_E + R_{ul}) = 0,762.$$

Srednji član predstavlja strujno pojačanje tranzistora, koje je slično onom za spoj sa zajedničkim emitorom:

$$(2.7.6) \quad J_C/J_E = h_{21B} / [1 + h_{22B} \cdot (R_C \parallel R_p)] = h_{21B} = -0,98.$$

Smenom (2.7.4), (2.7.5) i (2.7.6) u (2.7.3) dobija se da je:

$$A_s = -0,373.$$

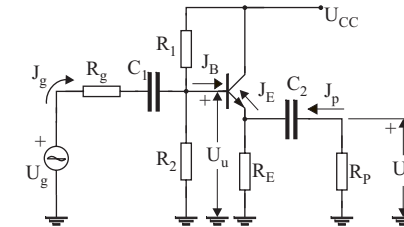
d) Naponsko pojačanje se dobija na poznati način, preko strujnog pojačanja:

$$(2.7.7) \quad A = \frac{U_p}{U_g} = \frac{-R_p \cdot J_p}{(R_g + R_E \parallel R_{ul}) \cdot J_g} = -\frac{R_p}{R_g + R_E \parallel R_{ul}} \cdot A_s = 50,15.$$

Kao što se vidi iz (2.7.1) i (2.7.2), stepen sa zajedničkom bazom, karakterišu mala ulazna i velika izlazna otpornost, te može da posluži za sprežanje realnog strujnog generatora za potrošač velike otpornosti.

## 2.8. ZADATAK

Na slici (Slika 2.8.1) prikazan je pojačavač u spoju sa zajedničkim kolektorom. Poznati su parametri tranzistora:  $h_{11E} = 1,8 \text{ k}\Omega$ ;  $h_{12E} = 0$ ;  $h_{21E} = 80$ ;  $h_{22E} = 0$ . Elementi kola:  $R_p = R_E = 10 \text{ k}\Omega$ ;  $R_g = 600 \Omega$ ;  $C_1 = C_2 \rightarrow \infty$ ;  $R_1 = R_2 \rightarrow \infty$ .



Slika 2.8.1

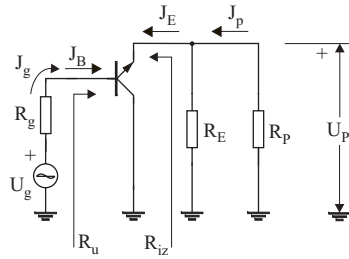
Odrediti:

- ulaznu otpornost tranzistora  $R_u = U_u/J_B$ ;
- izlaznu otpornost tranzistora  $R_{iz} = U_p/J_E$ ;
- strujno pojačanje  $A_s = J_p/J_g$ ;
- naponsko pojačanje  $A = U_p/U_g$ .

### REŠENJE:

Ekvivalentno kolo za naizmenični signal dato je na slici (Slika 2.8.2).

Prvo treba preračunati ekvivalentne 'h<sub>c</sub>' parametre. Na osnovu tabele (Tabela 2.2.1) dobijamo:  $h_{11C} = h_{11E}$ ;  $h_{12C} = 1 - h_{12E} = 1$ ;  $h_{21C} = -(1 + h_{21E})$ ;  $\Delta h_{11C} = (1 + h_{21E})$ .



Slika 2.8.2

a) Ulazna otpornost je data sa:

$$(2.8.1) \quad R_{ul} = \frac{h_{11C} + \Delta h_C \cdot (R_E \parallel R_p)}{1 + h_{22C} \cdot (R_E \parallel R_p)} = h_{11C} + \Delta h_C \cdot (R_E \parallel R_p) \\ = h_{11E} + (1 + h_{21E})(R_E \parallel R_p) = 406,8k\Omega$$

b) Izlazna otpornost:

$$(2.8.2) \quad R_{iz} = \frac{h_{11C} + R_g}{\Delta h_C + h_{22C} \cdot R_g} = \frac{h_{11C} + R_g}{\Delta h_C} = \frac{h_{11E} + R_g}{1 + h_{21E}} = 29,6\Omega$$

c) Strujno pojačanje se izračunava iz:

$$(2.8.3) \quad A_i = \frac{J_p}{J_g} = \frac{J_p}{J_E} \cdot \frac{J_E}{J_B} \cdot \frac{J_B}{J_g}$$

gde je:

$$(2.8.4) \quad J_p/J_E = R_E / (R_E + R_p),$$

$$(2.8.5) \quad J_B/J_g = 1,$$

$$(2.8.6) \quad \frac{J_E}{J_B} = A_S = \frac{h_{21C}}{1 + h_{22C} \cdot (R_E \parallel R_p)} = h_{21C} = -(1 + h_{21E})$$

Zamenom zadnje tri jednačine u (2.8.3) dobija se:

$$(2.8.7) \quad A_i = -40,5$$

d) Naponsko pojačanje se izračunava kao:

$$(2.8.8) \quad A_n = \frac{U_p}{U_g} = \frac{-R_p \cdot J_p}{(R_g + R_{ul}) \cdot J_u} = -\frac{R_p}{R_g + R_{ul}} \cdot A_i = 0,994$$

Stepen sa zajedničkim kolektorom ima veliku ulaznu otpornost, a malu izlaznu. Naponsko pojačanje mu je vrlo blisko jedinici, i manje od jedan. Zato se ovaj stepen

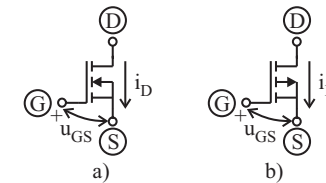
koristi kao transformator impedansi između generatora velike unutrašnje otpornosti i potrošača čija je otpornost mala.

## 2.9. ZADATAK

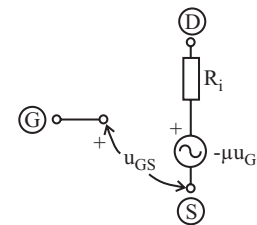
Navesti linearni naponski i linearni strujni model MOSFET tranzistora za analizu u naizmeničnom režimu.

### REŠENJE:

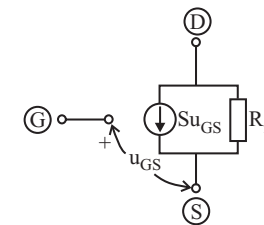
Za P-kanalni (Slika 2.9.1.a) i N-kanalni (Slika 2.9.1.b) MOSFET tranzistor, za analizu u naizmeničnom režimu (režimu malih signala) koriste se linearni naponski (Slika 2.9.2), odnosno linearni strujni model (Slika 2.9.3). Ova dva modela su ekvivalentna.



Slika 2.9.1



Slika 2.9.2



Slika 2.9.3

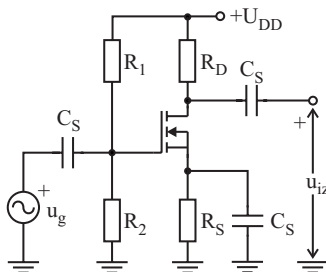
## 2.10. ZADATAK

Za pojačavač sa zajedničkim sorsom sa slike (Slika 2.10.1) odrediti:

- Jednosmerni napon na drejnu tranzistora, kao i jednosmernu struju drejna ako je  $\lambda U_{DS} \ll 1$ ;
- Dinamičke parametre tranzistora strminu S izlaznu otpornost  $R_i$  i koeficijent naponskog pojačanja  $\mu$  ako je  $\lambda = 0,01 \text{ V}^{-1}$ ;
- Naponsko pojačanje  $A_n = U_{iz}/U_g$ .

d) Izlaznu otpornost tranzistora  $R_{iz}$ ;

Poznato je  $R_S = 1 \text{ k}\Omega$ ,  $R_D = 6 \text{ k}\Omega$ ,  $R_1 = 3 \text{ M}\Omega$ ,  $R_2 = 1 \text{ M}\Omega$ ,  $U_{DD} = 12 \text{ V}$ ,  $C_s \rightarrow \infty$ .  
Parametri tranzistora su:  $A = 1 \text{ mA/V}^2$  i  $U_T = 1 \text{ V}$ .



Slika 2.10.1

**REŠENJE:**

a) Kondenzatori su prekid za jednosmerni signal.

Napon na gejtju MOSFET-a je:

$$(2.10.1) \quad U_G = \frac{U_{DD}R_2}{R_1 + R_2} = \frac{U_{DD}}{4} = 3\text{V}$$

Napon između gejta i sorsa je:

$$(2.10.2) \quad U_{GS} = U_G - R_S I_D$$

Izraz za struju drejna MOSFET-a u zasićenju je  $I_D = A(U_{GS} - U_T)^2(1 + \lambda U_{DS})$  kako je po uslovu zadatka  $\lambda U_{DS} \ll 1$  to se izraz za struju drejna svodi na  $I_D = A(U_{GS} - U_T)^2$ .

Napon  $U_{GS}$  je onda:

$$(2.10.3) \quad U_{GS} = U_G - U_S = \frac{U_{DD}}{4} - I_D R_S = \frac{U_{DD}}{4} - R_S A (U_{GS} - U_T)^2$$

Oduzimanjem  $U_T$  od prethodne jednačine dobijamo:

$$(2.10.4) \quad U_{GS} - U_T = \frac{U_{DD}}{4} - R_S A (U_{GS} - U_T)^2 - U_T$$

Uvođenjem smene  $x = U_{GS} - U_T$  dobijamo kvadratnu jednačinu po  $x$ . Rešavanjem kvadratne jednačine dobijamo dva rešenja, gde samo jedno rešenje ima fizičkog smisla. Rešenja su  $x = \begin{Bmatrix} 1 \\ -2 \end{Bmatrix}$ . Kako se radi o N-kanalnom MOSFET-u to  $U_{GS} - U_T$  mora biti veće od nule kako bi kroz tranzistor tekla struja. Uzimamo, naravno, rešenje

$x = 1 \text{ V}$ . Zamenom ove vrednosti u izraz za struju drejna  $I_D = A(U_{GS} - U_T)^2$  dobijamo da je struja:

$$(2.10.5) \quad I_D = 1 \text{ mA}$$

Jednosmerni napon na drejnu tranzistora je:

$$(2.10.6) \quad U_D = U_{DD} - I_D R_D = 6\text{V}$$

a) Dinamičke parametre računamo na osnovu definicionih obrazaca:

$$S = \frac{dI_D}{dU_{GS}}; R_i = \frac{dU_{DS}}{dI_D} = \left( \frac{dI_D}{dU_{DS}} \right)^{-1} \quad \text{i} \quad \mu = SR_i$$

Diferenciranjem izraza  $I_D = A(U_{GS} - U_T)^2$  po  $U_{GS}$  dobijamo  $S = 2A(U_{GS} - U_T)$ . Da bi odredili  $R_i$  moramo da diferenciramo izraz  $I_D = A(U_{GS} - U_T)^2(1 + \lambda U_{DS})$  (u protivnom bi izlazna

otpornost bila beskonačna jer je  $R_i = \frac{dU_{DS}}{dI_D} = \left( \frac{dI_D}{dU_{DS}} \right)^{-1} = \frac{1}{0} = \infty$ ). Diferenciranjem

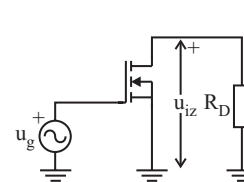
$I_D = A(U_{GS} - U_T)^2(1 + \lambda U_{DS})$  po  $U_{DS}$  dobijamo:

$$R_i = \frac{dU_{DS}}{dI_D} = \left( \frac{dI_D}{dU_{DS}} \right)^{-1} = \frac{(1 + \lambda U_{DS})}{I_D \lambda}$$

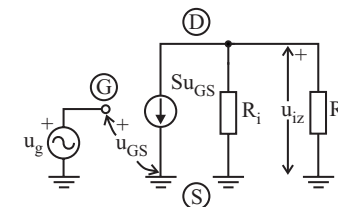
Koeficijent naponskog pojačanja je:  $\mu = SR_i$ .

Zamenom brojnih vrednosti dobijamo  $S = 2 \text{ mS}$  i  $R_i = 100 \text{ k}\Omega$   $\mu = 200$ .

b) Potrebno je odrediti ekvivalentno kolo za naizmjenični režim. Za naizmjenični režim kondenzatori predstavljaju kratak spoj ( $Z_C = 1/j\omega C$  kada  $C \rightarrow \infty$   $Z_C$  teži nuli). Bateriju takode spajamo na masu. Ekvivalentno kolo za naizmjenični režim je prikazano na sledećoj slici. Otpornost  $R_1 \parallel R_2$  je izostavljena jer je vezana paralelno naponskom generatoru  $u_g$  tako da ne utiče na napon naizmjenični napon na gejtju MOSFET-a.



Slika 2.10.2



Slika 2.10.3

Ako zamenimo model tranzistora (koristimo stujni model za MOSFET) dobija se kolo na slici ().

Sa ekvivalentne šeme za naizmjenični režim naizmjenični napon između gejta i sorsa je  $u_{GS} = u_G - u_S = u_g$ . Za izlazni napon možemo da napišemo jednačinu (za čvor drejna):



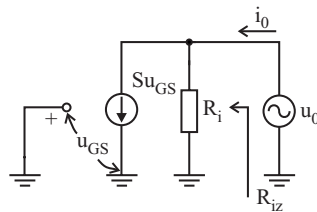
$$(2.10.7) \quad \frac{u_{iz}}{R_D} + \frac{u_{iz}}{R_i} + Su_{GS} = 0.$$

Sređivanjem dobijamo:

$$(2.10.8) \quad A_n = \frac{u_{iz}}{u_g} = -S \cdot R_i \parallel R_D = -\frac{\mu R_D}{R_D + R_i} = -11,32.$$

c) Izlazna otpornost se određuje tako što se ukine pobuda, a na izlazu se, u tačkama gde se traži izlazna otpornost, veže idealni naponski generator vrednosti  $u_0$ . Ako se sa  $i_0$  označi struja kroz generator  $u_0$ , izlazna otpornost može da se dobije kao  $R_{iz} = u_0/i_0$ .

Izlaznu otpornost tranzistora određujemo tako što na drejn tranzistora priključimo idealni naponski (strujni izvor) a ulazni generator kratkospojimo (Slika 2.10.4). Kako je  $u_{GS} = 0$  to je i struja  $Su_{GS} = 0$ .



Slika 2.10.4

Konačno dobijamo:

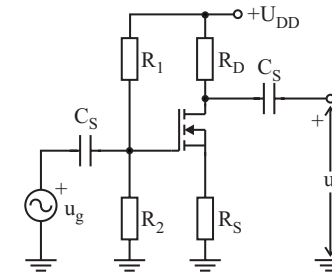
$$(2.10.9) \quad R_{iz} = \frac{u_0}{i_0} = R_i = 100 \text{ k}\Omega$$

## 2.11. ZADATAK

Za kolo pojačavača sa slike (Slika 2.11.1) odrediti:

- Jednosmerni napon na drejnu tranzistora, kao i jednosmernu struju drejna ako je  $\lambda U_{DS} \ll 1$ ;
- Dinamičke parametre tranzistora strminu  $S$  izlaznu otpornost  $R_i$  i koeficijent naponskog pojačanja  $\mu$  ako je  $\lambda = 0,01 \text{ V}^{-1}$ ;
- Naponsko pojačanje  $A_n = U_{iz}/U_g$ .
- Izlaznu otpornost tranzistora  $R_{iz}$ ;

Poznato je  $R_S = 1 \text{ k}\Omega$ ,  $R_D = 6 \text{ k}\Omega$ ,  $R_1 = 3 \text{ M}\Omega$ ,  $R_2 = 1 \text{ M}\Omega$  i  $U_{DD} = 12 \text{ V}$ .  $C_S$  teži beskonačnosti. Parametri tranzistora su:  $A = 1 \text{ mA/V}^2$  i  $U_T = 1 \text{ V}$ .



Slika 2.11.1

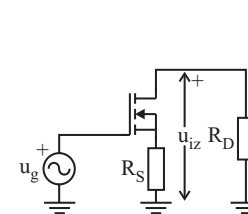
### REŠENJE:

a) Analiza ovog kola u jednosmernom režimu ista je kao jednosmerna analiza pojačavača iz zadatka 2.10.

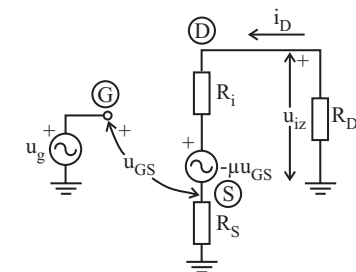
b) Zamenom brojnih vrednosti u (1.12.19), (1.12.21) i (1.12.17) dobijamo:

$$S = 2 \text{ mS}, R_i = 100 \text{ k}\Omega \text{ i } \mu = 200.$$

c) Potrebno je odrediti ekvivalentno kolo za naizmenični režim. Za naizmenični režim kondenzatori predstavljaju kratak spoj. Bateriju spajamo na masu. Ekvivalentno kolo za naizmenični režim je prikazano na slici (Slika 2.11.2). Otpornost  $R_1 \parallel R_2$  je izostavljena jer je vezana paralelno naponskom generatoru  $u_g$  tako da ne utiče na napon na gejt MOSFET-a.



Slika 2.11.2



Slika 2.11.3

Zamenom linearnog naponskog modela za MOSFET dobijamo kolo na slici (Slika 2.11.3).

Za ovo kolo važi:

$$(2.11.1) \quad u_{GS} = u_G - u_S = u_g - I_D R_S.$$

$$(2.11.2) \quad u_{iz} = -I_D R_D;$$

$$(2.11.3) \quad (R_i + R_S + R_D)I_D + (-\mu \cdot u_{GS}) = 0;$$

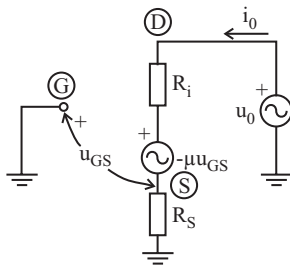
Na osnovu prethodnih jednačina dobija se:

$$(2.11.4) \quad J_d = \frac{\mu \cdot u_g}{R_i + R_D + (1 + \mu)R_S}$$

Konačno dobijamo:

$$A_n = \frac{u_{iz}}{u_g} = -\frac{\mu \cdot R_D}{R_S(1 + \mu) + R_i + R_D} = -3.9.$$

d) Izlaznu otpornost tranzistora određujemo tako što na drejn tranzistora priključimo idealni naponski (ili idealni strujni izvor) a ulazni generator kratkospojimo.



Slika 2.11.4

Za kolo sa slike (Slika 2.11.4) važi:

$$(2.11.5) \quad u_{GS} = -R_S \cdot i_0.$$

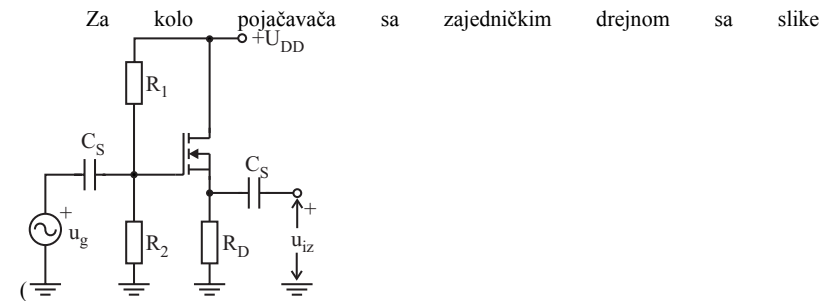
$$(2.11.6) \quad u_0 = (R_i + R_S)i_0 + (-\mu \cdot u_{GS});$$

Na osnovu čega se dobija:

$$R_{iz} = \frac{u_0}{J_0} = R_i + (1 + \mu)R_S = 301 \text{ k}\Omega$$

Na osnovu izraza možemo da zaključimo da se pojačanje smanjilo dok se izlazna otpornost povećala u odnosu na pojačavač sa zajedničkim sorsom.

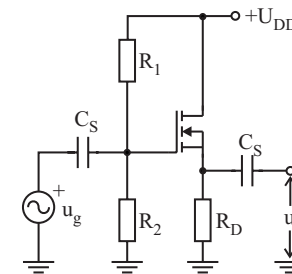
## 2.12. ZADATAK



Slika 2.12.1) odrediti:

- Jednosmerni napon na sorsu tranzistora, kao i jednosmernu struju drejna ako je  $\lambda U_{DS} \ll 1$ ;
- Dinamičke parametre tranzistora strminu  $S$  izlaznu otpornost  $R_i$  i koeficijent naponskog pojačanja  $\mu$  ako je  $\lambda = 0,01 \text{ V}^{-1}$ ;
- Naponsko pojačanje  $A_n = U_{iz}/U_g$ .
- Izlaznu otpornost tranzistora  $R_{iz}$ ;

Poznato je  $R_S = 6 \text{ k}\Omega$ ,  $R_1 = 1 \text{ M}\Omega$ ,  $R_2 = 2 \text{ M}\Omega$ ,  $U_{DD} = 12 \text{ V}$ .  $C_S$  teži beskonačnosti. Parametri tranzistora su:  $A = 1 \text{ mA/V}^2$  i  $U_T = 1 \text{ V}$ .



Slika 2.12.1

### REŠENJE:

- Kondenzatori su prekid za jednosmerni signal.

Napon na gejt MOSFET-a:

$$(2.12.1) \quad U_G = \frac{2R}{2R + R} U_{DD} = \frac{2}{3} U_{DD} = 8 \text{ V}$$

Napon na sorsu je  $U_S = I_D R_S$  tako da važi:

$$(2.12.2) \quad \begin{aligned} U_{GS} &= U_G - U_S = \frac{2}{3} U_{DD} - I_D R_S \\ &= \frac{2}{3} U_{DD} - R_S A (U_{GS} - U_T)^2 \end{aligned}$$

Oduzimanjem  $U_T$  od prethodne jednačine dobijamo:

$$(2.12.3) \quad U_{GS} - U_T = \frac{2}{3} U_{DD} - R_S A (U_{GS} - U_T)^2 - U_T,$$

uvođenjem smene  $x = U_{GS} - U_T$  dobijamo kvadratnu jednačinu po  $x$ . Rešavanjem kvadratne jednačine dobijamo dva rešenja, gde samo jedno rešenje ima fizičkog smisla.

Rešenja su  $x = \begin{cases} 1 \\ -7/6 \end{cases}$ . Kako se radi o N-kanalnom MOSFET-u to  $U_{GS} - U_T$  mora biti veće od nule kako bi kroz tranzistor tekla struja. Uzimamo, naravno, rešenje  $x = 1$  V. Zamenom ove vrednosti u izraz za struju drejna  $I_D = A(U_{GS} - U_T)^2$  dobijamo da je struja:

$$(2.12.4) \quad I_D = 1 \text{ mA}.$$

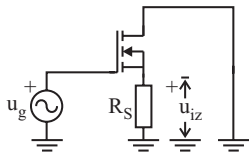
Jednosmerni napon na sorsu tranzistora je:

$$(2.12.5) \quad U_S = I_D R_S = 6 \text{ V}.$$

b) Zamenom brojnih vrednosti u (1.12.19), (1.12.21) i (1.12.17) dobijamo:

$$(2.12.6) \quad S = 2 \text{ mS}, R_i = 100 \text{ k}\Omega \text{ i } \mu = 200.$$

c) Ekvivalentno kolo za naizmenični režim je prikazano na slici (Slika 2.12.2).



Slika 2.12.2

Zamenom tranzistora linearnim strujnim modelom dobijamo kolo na slici (Slika 2.12.3).

Za izlazni napon možemo da napišemo jednačinu:

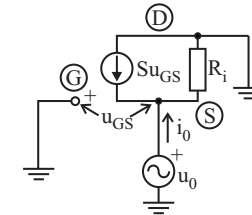
$$(2.12.7) \quad \frac{u_{iz}}{R_S} + \frac{u_{iz}}{R_i} - S u_{GS} = 0.$$

Ako u prethodni izraz uvedemo  $u_{GS} = u_g - u_{iz}$ , za naponsko pojačanje dobijamo:

$$A_n = \frac{u_{iz}}{u_g} = \frac{S \cdot R_i R_S}{R_S(1 + S R_i) + R_i} = \frac{\mu \cdot R_S}{R_i + (1 + \mu) R_S} = 0,92$$

Pojačanje je uvek manje od jedinice.

d) Izlaznu otpornost tranzistora određujemo tako što na sors tranzistora priključimo idealni naponski (ili idealni strujni izvor) a ulazni generator kratkospojimo.



Slika 2.12.4

Na slici (Slika 2.12.4) prikazano je kolo za određivanje izlazne otpornosti tranzistora u spoju sa zajedničkim drejnom. Sa slike je  $u_{GS} = -u_0$ . Na osnovu jednačine za čvor sorsa:

$$(2.12.8) \quad \frac{u_0}{R_i} - i_0 + S u_{GS} = 0$$

možemo da izračunamo izlaznu otpornost:

$$(2.12.9) \quad R_{iz} = \frac{u_0}{i_0} = \frac{R_i}{(1 + S R_i)} = \frac{R_i}{(1 + \mu)} = 497 \Omega$$

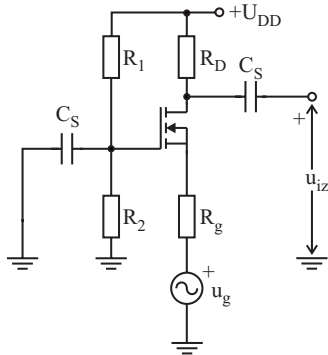
Treba uočiti da je naponsko pojačanje tranzistora u spoju sa zajedničkim drejnom pozitivno i manje od jedinice, dok je izlazna otpornost mala.

### 2.13. ZADATAK

Za kolo pojačavača sa zajedničkim gejtom sa slike (Slika 2.13.1) odrediti:

- Jednosmerni napon na drejnu tranzistora, kao i jednosmernu struju drejna ako je  $\lambda U_{DS} \ll 1$ ;
- Dinamičke parametre tranzistora strminu  $S$  izlaznu otpornost  $R_i$  i koeficijent naponskog pojačanja  $\mu$  ako je  $\lambda = 0,01 \text{ V}^{-1}$ ;
- Naponsko pojačanje  $A_n = U_{iz}/U_g$ .
- Izlaznu otpornost tranzistora  $R_{iz}$ ;
- Ulaznu otpornost tranzistora  $R_{ul}$ ;

Poznato je  $R_g = 1 \text{ k}\Omega$ ,  $R_D = 6 \text{ k}\Omega$ ,  $R_1 = 3 \text{ M}\Omega$ ,  $R_2 = 1 \text{ M}\Omega$ ,  $U_{DD} = 12 \text{ V}$ .  $C_S$  teži beskonačnosti. Parametri tranzistora su:  $A = 1 \text{ mA/V}^2$  i  $U_T = 1 \text{ V}$ .



Slika 2.13.1

**REŠENJE:**

a) Analiza ovog kola u jednosmernom režimu slična je onoj u zadatku 2.10.

Dobija se:

$$(2.13.1) \quad I_D = 1 \text{ mA.}$$

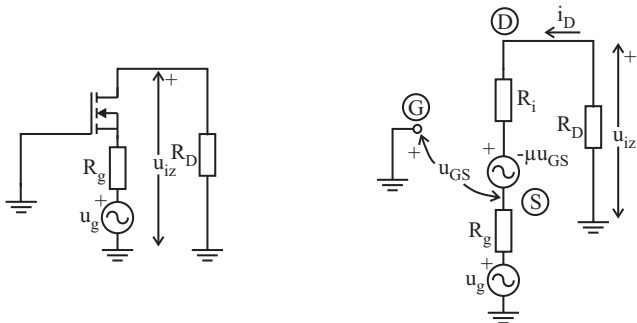
Jednosmerni napon na drejnu tranzistora je:

$$(2.13.2) \quad U_D = U_{DD} - I_D R_D = 6 \text{ V.}$$

b) Zamenom brojnih vrednosti u (1.12.19), (1.12.21) i (1.12.17) dobijamo:

$$(2.13.3) \quad S = 2 \text{ mS, } R_i = 100 \text{ k}\Omega \text{ i } \mu = 200.$$

c) Ekvivalentno kolo za naizmenični režim je prikazano na slici (Slika 2.13.2).



Slika 2.13.2

Slika 2.13.3

Zamenom tranzistora linearnim naponskim modelom dobija se kolo na slici (Slika 2.13.3).

Sa ekvivalentne šeme za naizmenični režim, koristeći linearni naponski model za MOSFET, možemo da zaključimo da važi:

$$(2.13.4) \quad u_{GS} = -u_g - i_D R_g;$$

$$(2.13.5) \quad u_{iz} = -i_D R_D;$$

$$(2.13.6) \quad (R_D + R_i + R_g) i_D - \mu u_{GS} + u_g = 0;$$

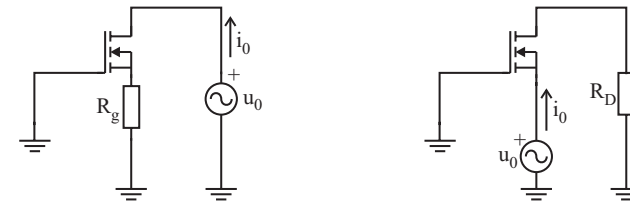
Na osnovu prethodnih jednačina struja drejna je jednaka:

$$(2.13.7) \quad J_D = -\frac{(\mu + 1)u_g}{R_D + R_i + R_g(1 + \mu)};$$

Na osnovu toga možemo da nađemo naponsko pojačanje:

$$(2.13.8) \quad A_n = -\frac{i_D R_D}{u_g} = \frac{(\mu + 1)R_D}{R_D + R_i + R_g(1 + \mu)} = 3,92.$$

d) Izlaznu otpornost tranzistora određujemo tako što na drejn tranzistora priključimo idealni naponski (ili idealni strujni izvor) a ulazni generator kratkospojimo (Slika 2.13.4).



Slika 2.13.4

Slika 2.13.5

Dobija se:

$$(2.13.9) \quad R_{iz} = \frac{u_0}{i_0} = R_i + R_g(1 + \mu) = 307 \text{ k}\Omega$$

e) Ulaznu otpornost tranzistora određujemo tako što na sors tranzistora priključimo idealni naponski (ili idealni strujni izvor) (Slika 2.13.5).

Dobija se:

$$(2.13.10) \quad R_{ul} = \frac{u_0}{J_0} = \frac{R_i + R_D}{1 + \mu} = 527 \Omega$$

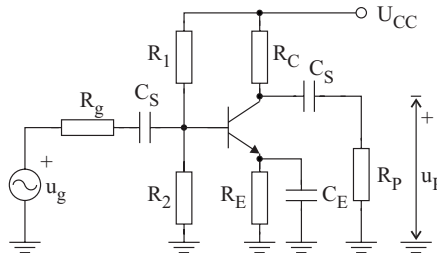
## 2.14. ZADATAK

Na slici (

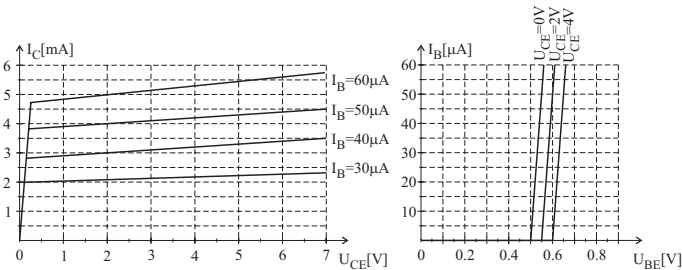
Slika 2.14.1) prikazan je pojačavač sa bipolarnim tranzistorom. Aproximacije karakteristika tranzistora prikazane su na slici (Slika 2.14.2).

- Odrediti vrednost otpornika  $R_1$  tako da struja baze u miroj radnoj tački iznosi  $I_{BQ} = 50\mu\text{A}$ . Smatrati da važi  $I_E \approx I_C$ .
- Sa karakteristika grafički odrediti vrednosti “ $h_E$ ” parametara tranzistora.
- Odrediti naponsko pojačanje  $A = u_P/u_g$ . Smatrati da je  $h_{12E} = 0$  i  $h_{22E} = 0$ .

Poznato je:  $R_C = R_E = R_P = 500\Omega$ ;  $R_g = 1k\Omega$ ;  $R_2 = 10k\Omega$ ;  $U_{CC} = 6V$ ;  $C_S, C_E \rightarrow \infty$ .



Slika 2.14.1

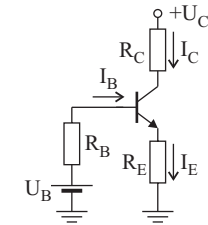


Slika 2.14.2

### REŠENJE

a) Kolo za analizu u jednosmernom režimu prikazano je na slici (). Ulazni deo kola predstavljen je preko Thevenenovog generatora pri čemu je:

$$(2.14.1) \quad \frac{R_1}{R_2} = k; U_B = \frac{R_2}{R_1 + R_2} U_{CC} = \frac{U_{CC}}{1+k}; R_B = R_1 \parallel R_2 = \frac{k}{1+k} R_2;$$



Slika 2.14.3

Jednačina (2.14.2) predstavlja izlaznu radnu pravu, koja je na slici (Slika 2.14.4) predstavljena u polju izlaznih karakteristika. S obzirom na to da je, po zahtevu zadatka, struja baze u miroj radnoj tački  $I_{BQ} = 50\mu\text{A}$ , radna tačka se nalazi u preseku radne prave i karakteristike za  $I_B = 50\mu\text{A}$ .

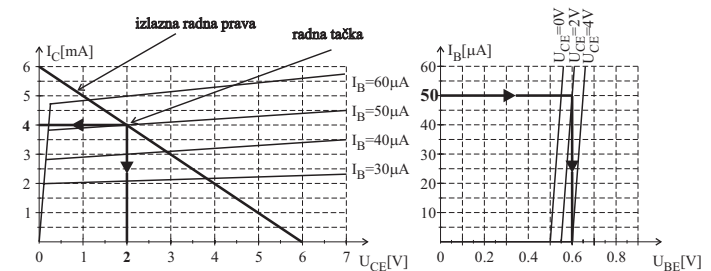
$$(2.14.2) \quad U_{CC} - I_C(R_E + R_C) - U_{CE} = 0$$

Sa izlazne karakteristike možemo da očitamo vrednosti kojima je određena mirna radna tačka:

$$(2.14.3) \quad U_{CEQ} = 2V; I_{CQ} = 4\text{mA}$$

Radna tačka u polju ulaznih karakteristika određena je vrednostima  $I_{BQ} = 50\mu\text{A}$  i  $U_{CEQ} = 2V$ . Sa ulazne karakteristike možemo da očitamo:

$$(2.14.4) \quad U_{BEQ} = 0,6V$$



Slika 2.14.4

Jednačina koja opisuje ulazni deo kola sa slike (Slika 2.14.3) je:

$$(2.14.5) \quad U_B - R_B I_{BQ} - U_{BEQ} - I_{CQ} R_E = 0$$

Ako u jednačinu (2.14.5) zamenimo (2.14.1) dobijamo:

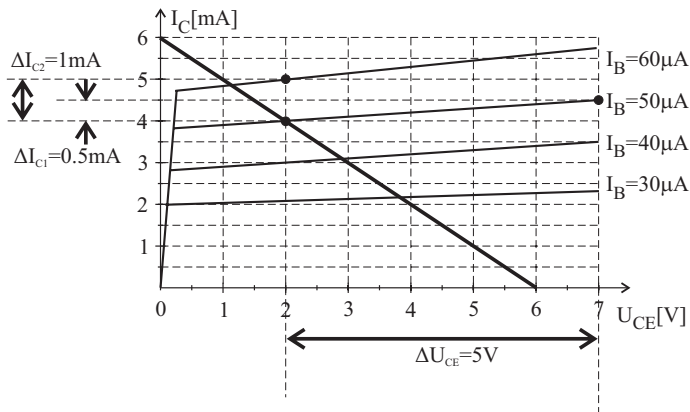
$$(2.14.6) \quad k = \frac{U_{CC} - U_{BEQ} - I_{CQ}R_E}{R_2 I_{BQ} + U_{BEQ} + I_{CQ}R_E} = 1.097 \Rightarrow R_1 = 10,97k\Omega$$

b) Vrednost  $h_{22E}$  određimo sa izlazne karakteristike. S obzirom na definiciju ovog parametra (2.14.7), vidi se da je njegova geometrijska reprezentacija zapravo nagib tangente na karakteristiku u radnoj tački u polju izlaznih karakteristika.

$$(2.14.7) \quad h_{22E} = \left. \frac{dI_{C1}}{dU_{CE}} \right|_{I_B = \text{const}}$$

Aproksimiramo izvod konačnim priraštajima, pa izborom dve tačke sa izlazne karakteristike dobijamo ():

$$(2.14.8) \quad h_{22E} = \frac{\Delta I_{C1}}{\Delta U_{CE}} \Big|_{I_B = \text{const}} = \frac{5V}{0.5mA} = 10^{-4}S;$$



Slika 2.14.5

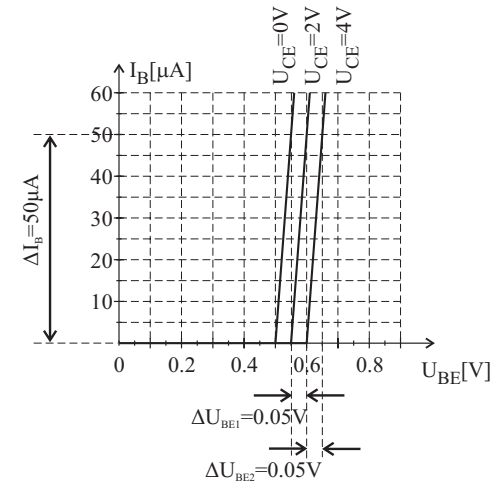
Sa izlazne karakteristike može da se proceni i vrednost  $h_{21E}$ :

$$(2.14.9) \quad h_{21E} = \left. \frac{\Delta I_{C2}}{\Delta I_B} \right|_{U_{CE} = \text{const}} = \frac{1mA}{10\mu A} = 100$$

Sa ulazne karakteristike možemo da odredimo (Slika 2.14.6):

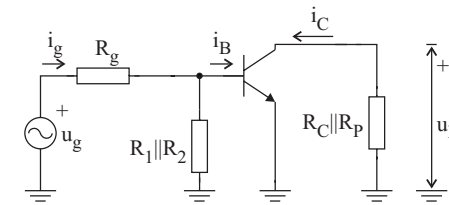
$$(2.14.10) \quad h_{11E} = \left. \frac{\Delta U_{BE1}}{\Delta I_B} \right|_{U_{CE} = \text{const}} = \frac{0.05V}{50\mu A} = 1k\Omega$$

$$(2.14.11) \quad h_{12E} = \left. \frac{\Delta U_{BE2}}{\Delta U_{CE}} \right|_{I_B = \text{const}} = \frac{0.05V}{2V} = 0.025$$



Slika 2.14.6

c) Ekvivalentna šema za analizu u naizmeničnom režimu prikazana je na slici (Slika 2.14.7).



Slika 2.14.7

Pojačanje može da se izrazi u obliku:

$$(2.14.12) \quad A = \frac{u_p}{u_g} = \frac{u_p}{i_C} \cdot \frac{i_C}{i_B} \cdot \frac{i_B}{i_g} \cdot \frac{i_g}{u_g}$$

Razmotrićemo svaki od članova:

$$u_p / i_C = -R_C \parallel R_P;$$

$i_C / i_B = h_{21E}$  - strujno pojačanje tranzistora u spoju sa zajedničkim emitorom, kod koga je  $h_{22E} = 0$ ;

$i_B / i_g = \frac{R_1 \parallel R_2}{h_{11E} + R_1 \parallel R_2}$  - strujni razdelnik koji čine  $R_1 \parallel R_2$  i ulazna otpornost tranzistora u spoju sa zajedničkim emitorom, koja pod uslovom da je  $h_{12E} = 0$  i  $h_{22E} = 0$  iznosi  $R_{ul} = h_{11E}$ ;

$$i_g/u_g = \frac{1}{R_g + R_1 \parallel R_2 \parallel h_{11E}} - \text{odvodnost koju vidi generator.}$$

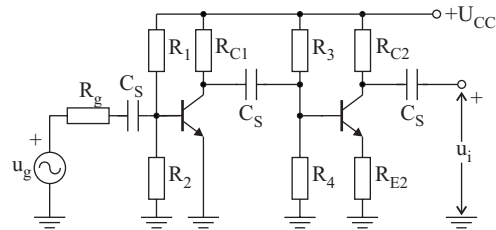
Konačno dobijamo:

$$A = -R_C \parallel R_P \cdot h_{21E} \cdot \frac{R_1 \parallel R_2}{h_{11E} + R_1 \parallel R_2} \cdot \frac{1}{R_g + R_1 \parallel R_2 \parallel h_{11E}} = -11,4$$

### 2.15. ZADATAK

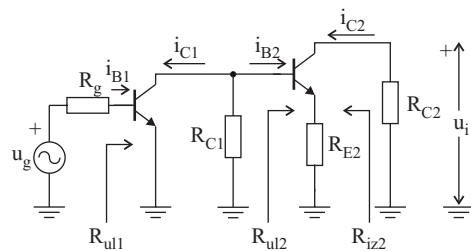
Na slici (Slika 2.15.1) prikazan je dvostepeni pojačavač sa bipolarnim tranzistorima. Upotrebljeni tranzistori su identični, poznatih  $h_E$  parametara:  $h_{11E} = 1k\Omega$ ,  $h_{12E} = 0$ ,  $h_{21E} = 100$  i  $h_{22E} = 0S$ . Poznato je  $R_{C1} = R_{C2} = 10k\Omega$ ,  $R_g = R_{E2} = 1k\Omega$ ,  $R_1, R_2, R_3, R_4 \rightarrow \infty$ . Odrediti:

- Ulaznu otpornost
- Izlaznu otpornost
- Naponsko pojačanje  $A = u_i/u_g$



Slika 2.15.1

### REŠENJE:



Slika 2.15.2

Na slici (Slika 2.15.2) prikazano je kolo pojačavača za naizmenični signal.

a) Ulazna otpornost pojačavača jednaka je ulaznoj otpornosti prvog stepena:

$$(2.15.1) \quad R_{ul} = R_{ul1} = h_{11E}$$

b) Izlazna otpornost pojačavača jednaka je:

$$(2.15.2) \quad R_{iz} = R_{C2} \parallel R_{iz2} = R_{C2}$$

zato što je

$$(2.15.3) \quad R_{iz2} \rightarrow \infty$$

c) Naponsko pojačanje jednako je:

$$A = \frac{u_{iz}}{u_g} = \frac{u_{iz}}{i_{C2}} \cdot \frac{i_{C2}}{i_{B2}} \cdot \frac{i_{B2}}{i_{C1}} \cdot \frac{i_{C1}}{i_{B1}} \cdot \frac{i_{B1}}{u_g}$$

$$= -R_{C2} \cdot h_{21E} \cdot \left( -\frac{R_{C1}}{R_{C1} + R_{ul2}} \right) \cdot h_{21E} \cdot \frac{1}{R_g + R_{ul1}}$$

gde je:

$R_{ul1} = h_{11E}$  - ulazna otpornost stepena sa zajedničkim emitorom

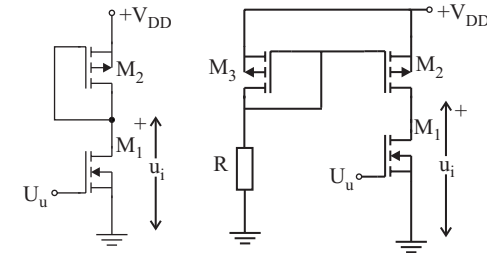
$R_{ul2} = h_{11E} + (1 + h_{21E})R_{E2}$  - ulazna otpornost stepena sa zajedničkim emitorom sa otpornikom u emitorskom kolu (tzv. "preslikavanje otpornosti iz emitora u bazu")

Konačno se dobija:

$$A = 2232,1$$

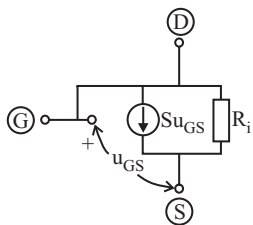
### 2.16. ZADATAK

Odrediti naponska pojačanja pojačavača sa slike (Slika 2.16.1), ako je poznato:  $I_D = 1 \text{ mA}$ ;  $A_1 = 5 \text{ mA/V}^2$ ;  $A_2 = 0,5 \text{ mA/V}^2$ ;  $R_{i1} = R_{i2} = R_1 = 10 \text{ k}\Omega$ .

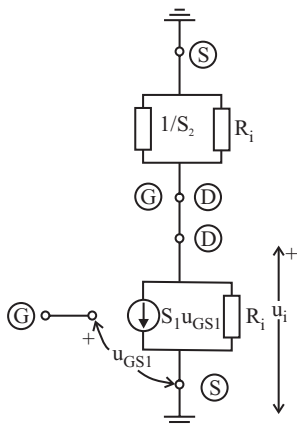


Slika 2.16.1

**REŠENJE:**



Slika 2.16.2



Slika 2.16.3

a) Tranzistor  $T_2$  predstavlja dinamički otpornik u NMOS tehnologiji. Njegova otpornost (tj. izlazna otpornost tranzistora) može da se odredi iz modela za naizmenični režim (Slika 2.16.2). Kako su gejti i drejn kratkospojeni to je  $u_{GS} = u_{DS}$ . Kontrolisani generator  $Su_{GS}$  je ustvari  $Su_{DS}$ . Kontrolisani strujni generator koji je kontrolisan naponom na njemu je u stvari provodnost  $S$ . Onda je izlazna otpornost paralelna veza strmine i unutrašnje otpornosti tranzistora.

$$(2.16.1) \quad 1/R_2 = S_2 + 1/R_i = 2 \cdot \sqrt{I_D} \cdot A_2 + 1/R_i$$

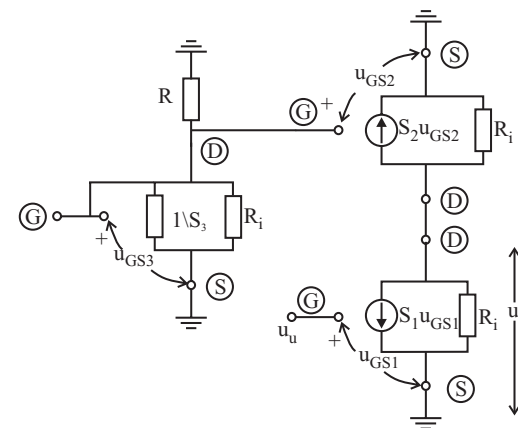
Naponsko pojačanje je

$$(2.16.2) \quad A = -S_1 \cdot (R_2 \parallel R_{i1}) \approx -S_1 \cdot R_2 = \frac{2 \cdot \sqrt{I_d} \cdot R_1}{2 \cdot \sqrt{I_d} \cdot R_2 + 1/R_i} = -2,95.$$

b) Sada je na mesto dinamičkog otpornika stavljen izvor konstantne struje. O izvorima konstantne struje biće više reči kasnije. Sada je od interesa izlazna otpornost strujnog izvora, koju možemo odrediti sa slike (Slika 2.16.4) koja predstavlja ekvivalentnu šemu pojačavača za naizmenični režim. Izlazna otpornost strujnog izvora jednaka je samo unutrašnjoj otpornosti tranzistora  $T_2$  (napon  $u_{GS2}$  je nula), što predstavlja mnogo veću vrednost nego u slučaju kola pod a).

$$(2.16.3) \quad A_n = -S_1 \cdot (R_i \parallel R_i) = -2 \cdot \sqrt{I_d} \cdot A_1 \cdot R_i / 2 = -22,3.$$

Veća otpornost u kolu drejna, utiče na povećanje naponskog pojačanja.



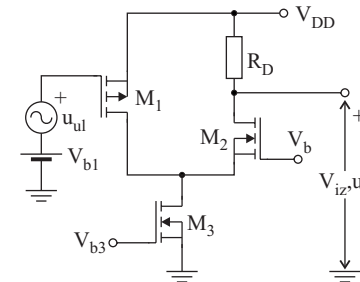
Slika 2.16.4

**2.17. ZADATAK**

Za kolo pojačavača prikazano na slici (Slika 2.17.1) odrediti:

- vrednost jednosmerne komponente izlaznog napona  $V_{iz}$ . Smatrati da za sve tranzistore važi  $\lambda V_{DS} \ll 1$ .
- strmine i unutrašnje otpornosti svih tranzistora.
- naponsko pojačanje  $A = u_{iz}/u_{ul}$
- izlaznu otpornost  $r_{iz}$ .

Poznato je:  $V_{DD} = 5V$ ,  $V_{b1} = 3V$ ,  $V_{b3} = 2V$ ,  $|U_T| = 1V$ ,  $\lambda = 0,1V^{-1}$ ,  $A_1 = A_2 = 1 \text{ mA}/V^2$ ,  $A_3 = 2 \text{ mA}/V^2$ ,  $R_D = 1k\Omega$ .



Slika 2.17.1



REŠENJE:

a) Struju kroz tranzistore  $M_3$  i  $M_1$  možemo da dobijemo kao:

$$(2.17.1) \quad I_{D3} = A_3(V_{b3} - U_T)^2 = 2\text{mA};$$

$$(2.17.2) \quad I_{D1} = A_1(V_{b1} - V_{DD} + U_T)^2 = 1\text{mA}$$

Za struju koja protiče kroz  $M_2$  važi:

$$(2.17.3) \quad I_{D2} = I_{D3} - I_{D1} = 1\text{mA}.$$

Dakle jednosmerna komponenta izlaznog napona je:

$$(2.17.4) \quad V_{iz} = V_{DD} - R_D I_{D2} = 4\text{V}$$

b) Strmine i izlazne otpornosti ćemo dobiti korišćenjem izraza:

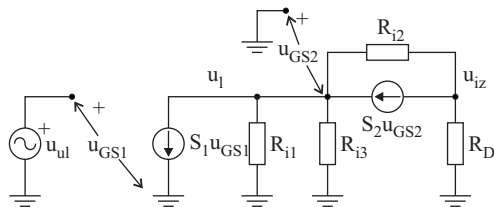
$$(2.17.5) \quad S = 2\sqrt{\lambda I_D}; \quad R_i = \frac{1}{\lambda I_D},$$

Dobija se:

$$(2.17.6) \quad S_1 = S_2 = S = 2\text{mS}; \quad S_3 = 4\text{mS};$$

$$(2.17.7) \quad R_{i1} = R_{i2} = R_i = 10\text{k}\Omega; \quad R_{i3} = 5\text{k}\Omega$$

c) Na slici (Slika 2.17.2) prikazana je ekvivalentna šema pojačavača za analizu u naizmjeničnom režimu.



Slika 2.17.2

Jednačine po metodu potencijala čvorova za  $u_1$  i  $u_{iz}$  su:

$$(2.17.8) \quad u_1 \left( S_2 + \frac{1}{R_{i2}} + \frac{1}{R_{i1} \parallel R_{i3}} \right) - u_{iz} \frac{1}{R_{i2}} = -S_1 u_{ul}$$

$$(2.17.9) \quad u_{iz} \left( \frac{1}{R_{i2}} + \frac{1}{R_D} \right) - u_1 \left( S_2 + \frac{1}{R_{i2}} \right) = 0$$

Rešavanjem ovog sistema jednačina dobija se:

$$(2.17.10) \quad A = -\frac{S R_D R_i (1 + S R_i)}{4 R_i + 3 R_D + S R_i^2} = -1,73$$

d) Izlazna otpornost može se dobiti na klasičan način, analizom kola koje se dobija ukidanjem pobude i vezivanjem idealnog naponskog (ili idealnog strujnog generatora) na izlaz.

Međutim, postoji i mnogo jednostavniji način. Potrebno je uočiti (Slika 2.17.1) da je izlazna otpornost jednaka paralelnoj vezi otpornika  $R_D$  i izlazne otpornosti tranzistora  $M_2$  koji je u ovom slučaju vezan u sprezi sa zajedničkim gejtom (vidi jednačinu (2.13.9)). Potrebno je dakle odrediti otpornost koja je vezana za sors tranzistora  $M_2$ . Ta otpornost je jednaka paralelnoj vezi izlaznih otpornosti tranzistora  $M_3$  i  $M_1$ . Obzirom da su u ovom slučaju oba tranzistora u spoju sa zajedničkim sorsom, ta otpornost je jednaka  $R_{i1} \parallel R_{i3}$ .

Na osnovu prethodnog možemo, zaključujemo da je:

$$(2.17.11) \quad R_{iz} = ((1 + S_2 R_{i2}) \cdot R_{i1} \parallel R_{i3} + R_{i2}) \parallel R_D = 987,6\Omega$$

### 3. FREKVENCIJSKA ANALIZA POJAČAVAČA

#### 3.1. ZADATAK

Nacrtati asimptotsku aproksimaciju amplitudske i faznu karakteristiku kompleksne funkcije

$$(3.1.1) \quad A(s) = A_0 \frac{\frac{s}{\omega_{z1}}}{\left(1 + \frac{s}{\omega_{p1}}\right) \left(1 + \frac{s}{\omega_{p2}} + \frac{s^2}{\omega_{p3}^2}\right)}$$

Pri čemu je  $A_0 = -10^5$ ;  $\omega_{z1} = \omega_{p1} = 100 \text{ rad/s}$ ;  $\omega_{p3} = 10^4 \text{ rad/s}$ .

#### REŠENJE:

Uvodimo oznake:

$$H_1(s) = A_0; \quad H_2(s) = \frac{s}{\omega_{z1}}; \quad H_3(s) = 1 + \frac{s}{\omega_{p1}}; \quad H_4(s) = 1 + \frac{s}{\omega_{p2}} + \frac{s^2}{\omega_{p3}^2}$$

Moduo kompleksne funkcije može da se predstavi kao:

$$\begin{aligned} |A(j\omega)|[\text{dB}] &= 20 \log |A(j\omega)| \\ &= 20 \log |H_1(j\omega)| + 20 \log |H_2(j\omega)| - 20 \log |H_3(j\omega)| - 20 \log |H_4(j\omega)| \end{aligned}$$

Odnosno:

$$(3.1.2) \quad |A(j\omega)|[\text{dB}] = |H_1(j\omega)|[\text{dB}] + |H_2(j\omega)|[\text{dB}] - |H_3(j\omega)|[\text{dB}] - |H_4(j\omega)|[\text{dB}]$$

Dakle, u log/log razmeri, moduo kompleksne funkcije  $A(s)$  dobija se kao zbir modula funkcija  $H_i(s)$ .

Može se pokazati da i za argumente važi:

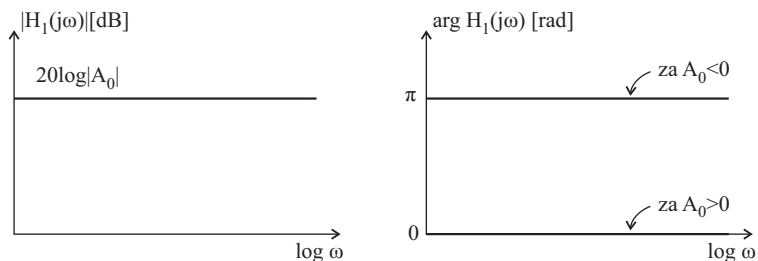
$$\arg A(j\omega) = \arg H_1(j\omega) + \arg H_2(j\omega) - \arg H_3(j\omega) - \arg H_4(j\omega)$$

U nastavku ćemo analizirati moduo i fazu svake od funkcija ponaosob.

a) Funkcija  $H_1(s) = A_0$

$$|H_1(j\omega)|[\text{dB}] = 20 \log |A_0| = 100 \text{ dB}$$

$$\arg H_1(j\omega) = \begin{cases} 0 & \text{za } A_0 > 0 \\ \pi & \text{za } A_0 < 0 \end{cases} = \pi$$



Slika 3.1.1

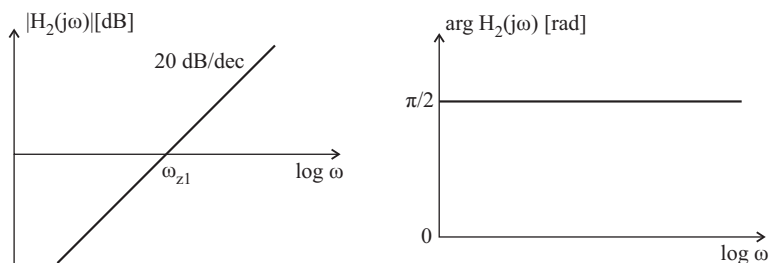
Na slici (Slika 3.1.1) prikazani su moduo i faza prenosne funkcije  $H_1(s) = A_0$ .

b) Funkcija  $H_2(s) = \frac{s}{\omega_{z1}}$

$$|H_2(j\omega)|[\text{dB}] = 20 \log \frac{\omega}{\omega_{z1}}$$

Ovaj izraz može da se predstavi kao  $|H_2(j\omega)|[\text{dB}] = 20 \log \omega - 20 \log \omega_{z1}$ , i predstavlja jednačinu prave u log/log razmeri koja ima nulu za  $\omega = \omega_{z1}$  i ima nagib od 20 dB/dec.

$$\arg H_2(j\omega) = \frac{\pi}{2}$$



Slika 3.1.2

Na slici (Slika 3.1.2) prikazani su moduo i faza prenosne funkcije  $H_2(s) = s/\omega_{z1}$ .

c) Funkcija  $H_3(s) = 1 + \frac{s}{\omega_{p1}}$

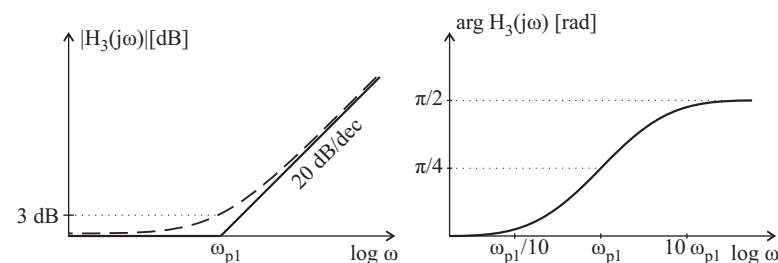
$$|H_3(j\omega)|[\text{dB}] = 20 \log \sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_{p1}}\right)^2}$$

Ovu funkciju predstavimo asimptotskom aproksimacijom, odnosno pravim linijama kojima ova funkcija asimptotski teži za  $\omega \rightarrow 0$  i  $\omega \rightarrow \infty$ .

Za  $\omega \ll \omega_{p1} \Rightarrow |H_3(j\omega)|[\text{dB}] = 0$

Za  $\omega \gg \omega_{p1} \Rightarrow |H_3(j\omega)|[\text{dB}] = 20 \log \frac{\omega}{\omega_{p1}}$

$$\arg H_3(j\omega) = \arctg \frac{\omega}{\omega_{p1}}$$



Slika 3.1.3

Na slici (Slika 3.1.3) prikazani su asimptotska aproksimacija modula i faza prenosne funkcije  $H_3(s) = 1 + s/\omega_{p1}$ .

Treba uočiti da za  $\omega = \omega_{p1}$  realna funkcija modula (isprekidana linija) odstupa od asimptotske aproksimacije za 3 dB.

d) Funkcija  $H_4(s) = 1 + \frac{s}{\omega_{p2}} + \frac{s^2}{\omega_{p3}^2}$

Ukoliko je potrebno analizirati funkciju ovog oblika, neophodno je proveriti da li ona ima realne nule. U tom slučaju ova funkcija se može rastaviti pri čemu se problem svodi na prethodni slučaj.

U slučaju da ne postoje realne nule, analiza se obavlja na sledeći način:

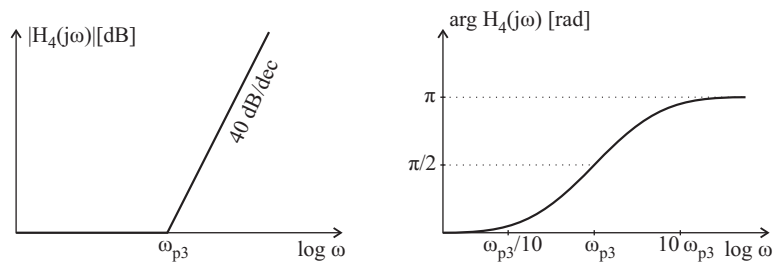
$$H_4(j\omega) = 1 - \frac{\omega^2}{\omega_{p3}^2} + j \frac{\omega}{\omega_{p2}}$$

Za  $\omega \ll \omega_{p2}, \omega_{p3} \Rightarrow$

$$H_4(j\omega) = 1 \Rightarrow |H_4(j\omega)|[\text{dB}] = 0; \arg H_4(j\omega) = 0$$

Za  $\omega \gg \omega_{p2}, \omega_{p3} \Rightarrow$

$$H_4(j\omega) = -\frac{\omega^2}{\omega_{p3}^2} \Rightarrow |H_4(j\omega)|[\text{dB}] = 40 \log \frac{\omega}{\omega_{p3}}; \arg H_4(j\omega) = \pi$$

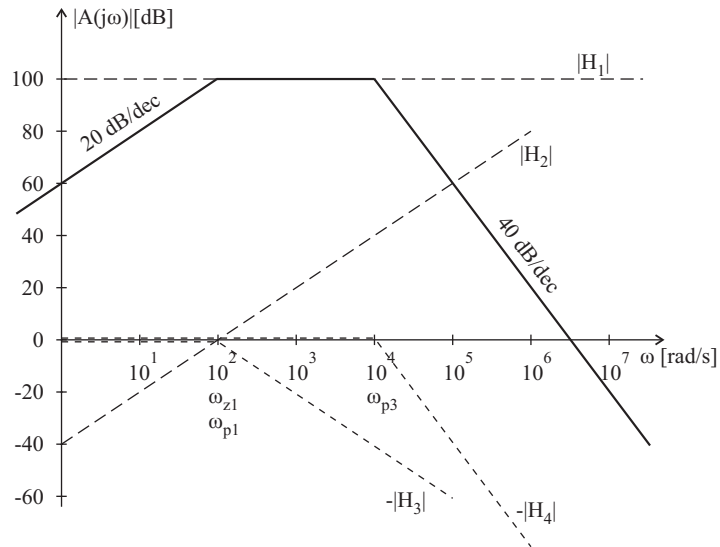


Slika 3.1.4

Na slici (Slika 3.1.4) prikazani su asimptotska aproksimacija modula i faza prenosne funkcije  $H_4(s) = 1 + \frac{s}{\omega_{p2}} + \frac{s^2}{\omega_{p3}^2}$  ukoliko ona nema realne nule.

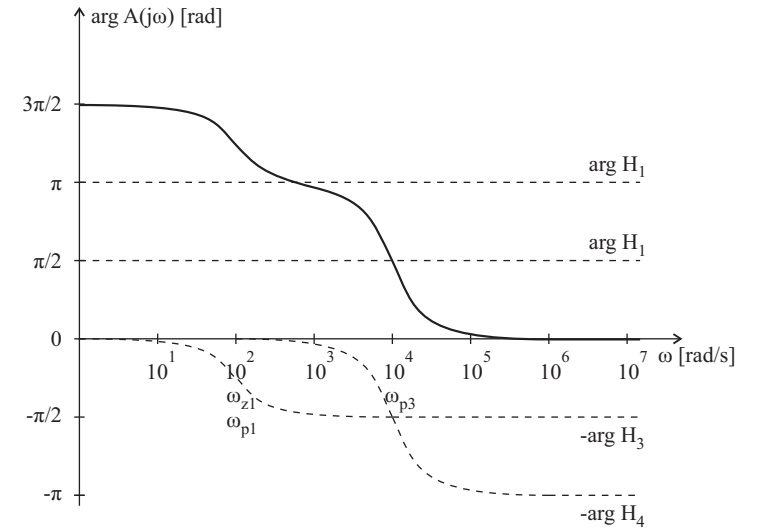
Sada možemo da pristupimo konstruisanju asimptotske aproksimacije modula funkcije  $A(s)$ , tako što ćemo, na osnovu (3.1.2), sabrati module funkcija  $H_i(s)$ .

Na slici (Slika 3.1.5) prikazana je asimptotska aproksimacija modula funkcije  $A(s)$ .



Slika 3.1.5

Analognim postupkom dobijamo i faznu karakteristiku funkcije  $A(s)$  (Slika 3.1.6).



Slika 3.1.6

### 3.2. ZADATAK

Skicirati asimptotske aproksimacije sledećih prenosnih funkcija i skicirati asimptotske aproksimacije modula

- $H(s) = H_0 \frac{1}{1 + s\tau_1}$
- $H(s) = H_0 \frac{s\tau_1}{1 + s\tau_1}$
- $H(s) = H_0 \frac{1}{(1 + s\tau_1)^2}$
- $H(s) = H_0 \left( \frac{s\tau_1}{1 + s\tau_1} \right)^2$
- $H(s) = \frac{sd_1}{1 + sb_1 + s^2 a_1}$
- $H(s) = H_0 \frac{s\tau_1}{(1 + s\tau_1)(1 + s\tau_2)}$

$$g) H(s) = \frac{H_0}{1 + sb_1 + s^2 a_1}$$

$$h) H(s) = \frac{H_0}{1 + sb + s^2 a}$$

Gde je  $H_0 = 10^4$ ;  $\tau_1 = 10$  ms;  $\tau_2 = 10$   $\mu$ s;  $b_1 = 12,5$  ms;  $a_1 = 250$   $\mu$ s;  $d_1 = 0,1$  s;  $b_2 = 10$  ms;  $a_2 = 100$   $\mu$ s.

### REŠENJE:

a) Moduo prenosne funkcije dat je izrazom:

$$|H(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + \omega^2 \tau_1^2}}$$

Analizom dobijenog izraza kada frekvencija teži nuli odnosno beskonačnosti dobija se  $\lim_{\omega \rightarrow 0} |H(j\omega)| \neq 0$  i  $\lim_{\omega \rightarrow \infty} |H(j\omega)| = 0$  na osnovu čega se može zaključiti da zadata prenosna funkcija odgovara filtru propusniku niskih frekvencija. Nominalna vrednost pojačanja filtra propusnika niskih frekvencija se dobija kada frekvencija teži nuli:

$$H_{nom} = \lim_{\omega \rightarrow 0} |H(j\omega)| = 10^2$$

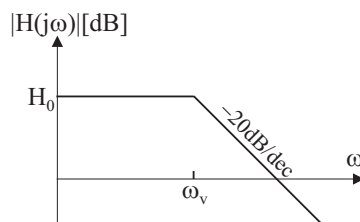
Filtar propusnik niskih frekvencija ima samo gornju graničnu frekvenciju koja se određuje na osnovu sledećeg izraza:

$$|H(j\omega_v)/H_{nom} = 1/\sqrt{2}$$

Za zadatu prenosnu funkciju dobija se da je gornja granična frekvencija:

$$\omega_v = 1/\tau_1 = 100 \text{ rad/s}$$

Asimptotska aproksimacija amplitudske karakteristike prikazana je na slici (Slika 3.2.1).



Slika 3.2.1

b) Amplitudska karakteristika zadate funkcije kola je:

$$|H(j\omega)| = \frac{H_0 \omega \tau_1}{\sqrt{1 + \omega^2 \tau_1^2}}$$

S bzirom da za ovu funkciju kola važi:

$$\lim_{\omega \rightarrow 0} |H(j\omega)| \neq 0 \quad \lim_{\omega \rightarrow \infty} |H(j\omega)| = 0$$

možemo da zaključimo da je kolo propusnik visokih frekvencija. Nominalna vrednost pojačanja propusnika visokih frekvencija određuje se kao granična vrednost funkcije kola kada frekvencija teži beskonačnosti:

$$H_{nom} = \lim_{\omega \rightarrow \infty} |H(j\omega)| = 10^2$$

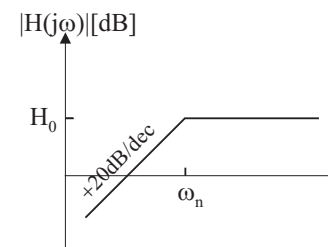
Propusnik visokih frekvencija poseduje samo donju graničnu frekvenciju koja se određuje iz sledećeg izraza:

$$|H(j\omega_n)/H_{nom} = 1/\sqrt{2}$$

Za zadatu prenosnu funkciju dobija se da je donja granična frekvencija:

$$\omega_n = 1/\tau_1 = 100 \text{ rad/s}$$

Asimptotska aproksimacija amplitudske karakteristike prikazana je na slici (Slika 3.2.2).



Slika 3.2.2

c) Amplitudska karakteristika zadate funkcije kola je:

$$|H(j\omega)| = \frac{H_0}{1 + \omega^2 \tau_1^2}$$

Sobzirom da za ovu funkciju važi da je

$$\lim_{\omega \rightarrow 0} |H(j\omega)| \neq 0 \quad \lim_{\omega \rightarrow \infty} |H(j\omega)| = 0$$

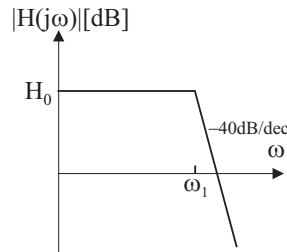
zaključujemo da se radi o propusniku niskih frekvencija. Na identičan način kao u tački a) određuju se nominalna vrednost i gornja granična frekvencija:

$$H_{nom} = \lim_{\omega \rightarrow 0} |H(j\omega)| = 10^2$$

$$|H(j\omega_v)/H_0 = 1/\sqrt{2}$$

$$\omega_v = \frac{1}{\tau_1} \sqrt{\sqrt{2} - 1} = 64,36 \text{ rad/s}$$

Asimptotska aproksimacija amplitudske karakteristike ovog kola je prikazana na slici (Slika 3.2.3), pri čemu je  $\omega_1 = 1/\tau_1$  dvostruki pol.



Slika 3.2.3

d) Amplitudska karakteristika zadate funkcije kola je:

$$|H(j\omega)| = \frac{H_0 \omega_1^2 \tau_1^2}{1 + \omega^2 \tau_1^2}$$

S obzirom da za ovu funkciju važi da je

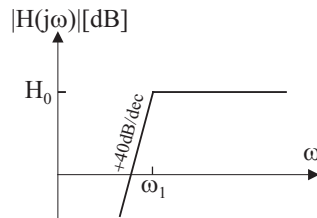
$$\lim_{\omega \rightarrow 0} |H(j\omega)| = 0 \quad \lim_{\omega \rightarrow \infty} |H(j\omega)| \neq 0$$

kao u tački b) zaključujemo da se radi o propusniku visokih frekvencija. Nominalna vrednost pojačanja kao i granična frekvencija određuju se na identičan način kod svih filtara propusnika visokih frekvencija (kao u tački b).

$$H_{\text{nom}} = \lim_{\omega \rightarrow \infty} |H(j\omega)| = H_0 = 10^2; \quad |H(j\omega_n)|/H_{\text{nom}} = 1/\sqrt{2}$$

$$\omega_n = \frac{1}{\tau_1 \sqrt{\sqrt{2} - 1}} = 155,377 \text{ rad/s}$$

Asimptotska aproksimacija amplitudske karakteristike ovog kola je prikazana na slici (Slika 3.2.4), pri čemu je  $\omega_1 = 1/\tau_1$ .



Slika 3.2.4

$$e) H(s) = \frac{s}{1 + sb_1 + s^2 a_1} = H_0 \frac{s \tau_1}{(1 + s \tau_1)(1 + s \tau_2)}$$

Modulo funkcije kola je:

$$|H(j\omega)| = \frac{d_1 \omega}{\sqrt{(1 - \omega^2 a_1)^2 + b_1^2 \omega^2}}$$

Za granične vrednosti frekvencija dobija se  $\lim_{\omega \rightarrow 0} |H(j\omega)| = 0$  i  $\lim_{\omega \rightarrow \infty} |H(j\omega)| = 0$  na

osnovu čega se može zaključiti da je zadata funkcija kola propusnik opsega frekvencija. Nominalna vrednost pojačanja filtra propusnika opsega frekvencija odgovara maksimalnoj vrednosti modula funkcije kola. Frekvenciju na kojoj se dobija maksimalna vrednost pojačanja  $\omega_{\text{max}}$  može se odrediti izjednačavanjem prvog izvoda amplitudske karakteristike sa nulom

$$\left. \frac{d|H(j\omega)|}{d\omega} \right|_{\omega=\omega_{\text{max}}} = 0$$

S obzirom da važi:

$$\left. \frac{d|H(j\omega)|}{d\omega} \right|_{\omega=\omega_{\text{max}}} = \left. \frac{d|H(j\omega)|^2}{d\omega} \right|_{\omega=\omega_{\text{max}}}$$

jednostavnije je odrediti izvod kvadrata modula funkcije kola. Za zadatu funkciju kola se nakon sređivanja dobija:  $\omega_{\text{max}} = 1/\sqrt{a_1} = 200 \text{ rad/s}$

Frekvencija  $\omega_{\text{max}}$  se naziva centralna frekvencija propusnog opsega. Nominalna vrednost funkcije kola je za ovu vrstu prenosne funkcije jednaka je maksimalnoj vrednosti modula funkcije kola.

$$H_{\text{nom}} = |H(j\omega_{\text{max}})| = 8$$

Gornja i donja granična frekvencija određuju se na osnovu izraza:

$$|H(j\omega_n)|/H_{\text{nom}} = 1/\sqrt{2}$$

Granična frekvencija se određuje iz bikvadratne jednačine:

$$\omega_g^4 a_1^2 + \omega_g^2 \left( b_1^2 - 2a_1 - \frac{2d_1^2}{H_0^2} \right) + 1 = 0$$

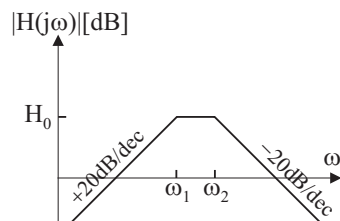
$$\omega_g = \begin{cases} \omega_n = 70,15 \text{ rad/s} \\ \omega_v = 570,16 \text{ rad/s} \end{cases}$$

Da bi skicirali asimptotska aproksimacija amplitudske karakteristike potrebno je faktorizovati polinom imenioca:

$$H(s) = \frac{sd}{1 + sb_1 + s^2 a_1} = H_0 \frac{s \tau_1}{(1 + s \tau_1)(1 + s \tau_2)}$$

gde je:  $\tau_1 = 0,01 \text{ s}$ ;  $\tau_2 = 0,0025 \text{ s}$ ;  $H_0 [\text{dB}] = 20 \text{ dB}$ .

Asimptotska aproksimacija amplitudske karakteristike ovog kola je prikazana na slici (Slika 3.2.5), pri čemu je  $\omega_1 = 1/\tau_1$  i  $\omega_2 = 1/\tau_2$ .



Slika 3.2.5

f) Moduo prenosne funkcije je

$$|H(j\omega)| = \frac{H_0 \omega \tau_1}{\sqrt{1 + \omega^2 \tau_1^2} \sqrt{1 + \omega^2 \tau_2^2}}$$

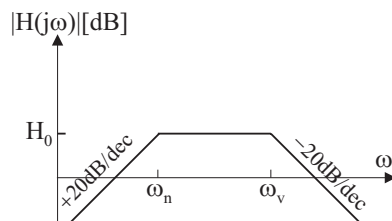
Na osnovu graničnih vrednosti  $\lim_{\omega \rightarrow 0} |H(j\omega)| = 0$  i  $\lim_{\omega \rightarrow \infty} |H(j\omega)| = 0$  izvodimo zaključak da je zadato kolo propusnik opsega frekvencija.

Na nižim frekvencijama  $\sqrt{1 + \omega^2 \tau_2^2} \approx 1$  pa se prenosna funkcija svodi na oblik  $H(s) \approx H_0 \frac{s\tau_1}{(1 + s\tau_1)} = H_1(s)$ .

Na višim frekvencijama, kada je  $\omega \gg \frac{1}{\tau_1}$  važi  $\frac{\omega\tau_1}{\sqrt{1 + \omega^2 \tau_1^2}} \approx 1$  pa se prenosna funkcija može aproksimirati na sledeći način  $H(s) \approx H_0 \frac{1}{(1 + s\tau_2)} = H_2(s)$ .

Granične frekvencije se u ovom slučaju mogu odrediti na osnovu pojednostavljenih funkcija kola u pojedinim opsezima frekvencije. Donja granična frekvencija se dobija iz prenosne funkcije  $H_1(s)$  kao  $\omega_n \approx 1/\tau_1 = 100$  rad/s. Gornja granična frekvencija se takođe može odrediti iz aproksimacije prenosne funkcije, ali za više frekvencije  $H_2(s)$  kao  $\omega_v \approx 1/\tau_2 = 10^5$  rad/s.

Asimptotska aproksimacija amplitudske karakteristike ovog kola je prikazana na slici 4.



Slika 3.2.6

g) Moduo prenosne funkcije je  $|H(j\omega)| = \frac{H_0}{\sqrt{(1 - \omega^2 a_1)^2 + b_1^2 \omega^2}}$

Kada frekvencija teži nuli odnosno beskonačnosti dobija se  $\lim_{\omega \rightarrow 0} |H(j\omega)| \neq 0$  i

$\lim_{\omega \rightarrow \infty} |H(j\omega)| = 0$  odakle sledi da se radi o kolu koje je propusnik niskih frekvencija.

Nominalna vrednost pojačanja je:

$$H_{\text{nom}} = \lim_{\omega \rightarrow 0} |H(j\omega)| = H_0 = 10^2$$

Gornja granična frekvencija određuje se iz izraza:

$$|H(j\omega_v)/H_0 = 1/\sqrt{2}$$

pri čemu se dobija bikvadratna jednačina:

$$\omega_v^4 a_2^2 + \omega_v^2 (b^2 - 2a) - 1 = 0$$

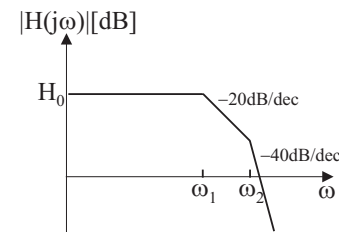
Odbacuju se sva ona rešenja koja nemaju fizički smisao, odnosno za koja se dobija kompleksna ili negativna realna vrednost za frekvenciju.

$$\omega_v = 94,56 \text{ rad/s}$$

Da bi se skicirala asimptotska aproksimacija amplitudske karakteristike potrebno je faktorizovati polinom imenioca funkcije kola.

$$H(s) = H_0 \frac{1}{1 + sb + s^2 a} = \frac{H_0}{(1 + s\tau_1)(1 + s\tau_2)}$$

Asimptotska aproksimacija amplitudske karakteristike ovog kola je prikazana na slici (Slika 3.2.7), pri čemu je  $\omega_1 = 1/\tau_1$  i  $\omega_2 = 1/\tau_2$ .



Slika 3.2.7

h) Granična frekvencija se određuje na potpuno identičan način kao u prethodnoj tački.

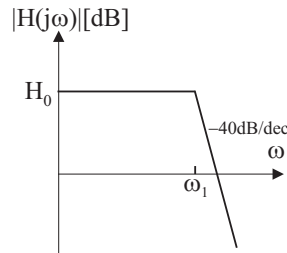
$$\omega_v = 127,2 \text{ rad/s}$$

Kvadratne jednačine po kompleksnoj učestanosti  $1 + sb_2 + s^2 a_2 = 0$  nema realna rešenja. S obzirom da polinom u imeniocu funkcije kola nema realne nule neophodno je

primeniti aproksimaciju izraza da bi se mogla nacrtati asimptotska aproksimacija amplitudske karakteristike.

$$H(s) = H_0 \frac{1}{1 + sb_2 + s^2 a_2} \approx \frac{H_0}{(1 + sa_2)^2}$$

Asimptotska aproksimacija amplitudske karakteristike ovog kola je prikazana na slici (Slika 3.2.8) pri čemu je  $\omega_1 = 1/\sqrt{a_2}$ .



Slika 3.2.8

### 3.3. ZADATAK

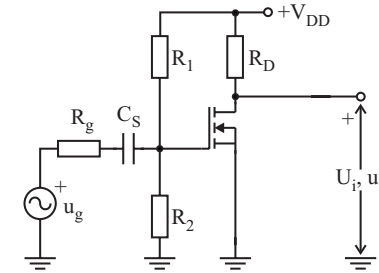
Za pojačavač prikazan na slici:

- Odrediti jednosmernu komponentu izlaznog napona  $U_i$ . (smatrati da važi  $\lambda U_{DS} \ll 1$ );
- Odrediti dinamičke parametre tranzistora;
- Odrediti izraz za naponsko pojačanje  $A = u_i/u_g$ ;
- Skicirati asimptotsku aproksimaciju amplitudske i faznu karakteristiku naponskog pojačanja i odrediti granične frekvencije.

Poznato je  $U_{DD} = 6V$ ,  $R_1 = R_2 = 10k\Omega$ ,  $R_g = 1k\Omega$ ,  $R_D = 1k\Omega$ ,  $C_S = 1\mu F$ .

Parametri tranzistora su:  $A = 1mA/V^2$ ,  $U_T = 1V$ ,  $\lambda = 0,01V^{-1}$  i  $C_{GS} = 10pF$ .

Uticaje parazitnih kapacitivnosti  $C_{GD}$  i  $C_{DS}$  zanemariti.



Slika 3.3.1

#### REŠENJE:

a) Za kolo sa slike (Slika 3.3.1) u jednosmernom režimu važi:

$$(3.3.1) \quad U_{GS} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} U_{DD} = 3V;$$

$$(3.3.2) \quad I_D = A(U_{GS} - U_T)^2 = 4mA;$$

Konačno se dobija:

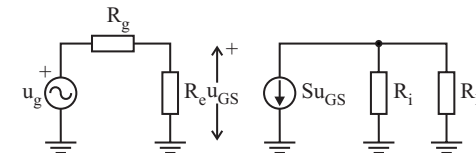
$$(3.3.3) \quad U_i = U_{DD} - R_D I_D = 2V$$

b) Dinamički parametri tranzistora su:

$$(3.3.4) \quad S = 2\sqrt{AI_D} = 4mS; R_i = \frac{1}{\lambda I_D} = 25k\Omega; \mu = S \cdot R_i = 100.$$

c) Naponsko pojačanje pojačavača odredićemo tako što ćemo analizu vršiti posebno na niskim, srednjim i visokim frekvencijama. Na niskim frekvencijama će uticaj parazitne kapacitivnosti  $C_{GS}$  biti zanemarljiva zato što je njena kapacitivnost veoma mala, dok će na visokim frekvencijama sprežni kondenzator  $C_S$  predstavljati kratak spoj, zato što je njegova kapacitivnost velika.

- srednje frekvencije ( $C_S$  – kratak spoj,  $C_{GS}$  - prekid)



Slika 3.3.2

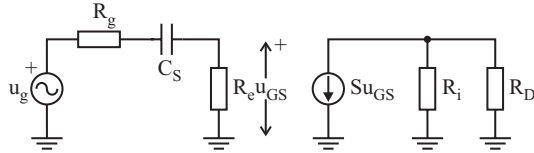
Na slici (Slika 3.3.2) prikazano je ekvivalentno kolo pojačavača na srednjim frekvencijama, gde je  $R_e = R_1 \parallel R_2$ .



Pojačanje je:

$$(3.3.5) \quad A_0 = \frac{R_e}{R_g + R_e} \cdot S \cdot R_i \parallel R_D = -3,2$$

- niske frekvencije ( $C_{GS}$  - prekid)



Slika 3.3.3

Na slici (Slika 3.3.3) prikazano je ekvivalentno kolo pojačavača na niskim frekvencijama.

Za napon između gejta i sorsa može da se napiše:

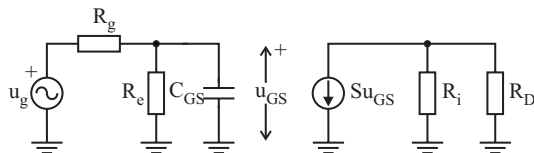
$$(3.3.6) \quad u_{GS} = \frac{R_e}{R_g + R_e + \frac{1}{sC_{GS}}} = \frac{sC_{GS}R_e}{1 + sC_{GS}(R_g + R_e)} u_g = \frac{s\tau_1}{1 + s\tau_1} \frac{R_e}{R_g + R_e} u_g$$

gde je  $\tau_1 = C_{GS}(R_g + R_e)$  vremenska konstanta ulaznog kola.

Pojačanje je:

$$(3.3.7) \quad A_n = A_0 \frac{s\tau_1}{1 + s\tau_1}$$

- visoke frekvencije ( $C_S$  - kratak spoj)



Slika 3.3.4

Na slici (Slika 3.3.4) prikazano je ekvivalentno kolo pojačavača na visokim frekvencijama.

Za napon između gejta i sorsa može da se napiše:

$$(3.3.8) \quad u_{GS} = \frac{R_e \parallel \frac{1}{sC_{GS}}}{R_g + R_e \parallel \frac{1}{sC_{GS}}} u_g = \frac{R_e}{R_g + R_e + sC_{GS}R_gR_e} u_g = \frac{1}{1 + s\tau_2} \frac{R_e}{R_g + R_e} u_g$$

gde je  $\tau_2 = C_{GS}(R_g \parallel R_e)$ .

Pojačanje je:

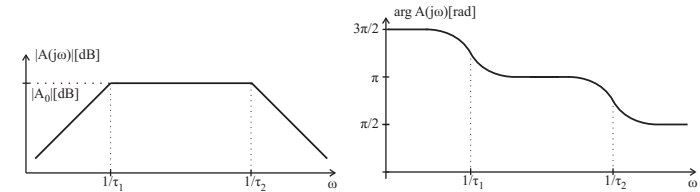
$$(3.3.9) \quad A_v = A_0 \frac{1}{1 + s\tau_2}$$

Dakle naponsko pojačanje je:

$$(3.3.10) \quad A = A_0 \frac{s\tau_1}{1 + s\tau_1} \frac{1}{1 + s\tau_2}$$

d)

$$|A_0|[\text{dB}] = 20 \log |A_0| = 10,1 \text{ dB}$$



Slika 3.3.5

S obzirom na to da su vremenske konstante veoma udaljene može da se zaključiti da je:

$$f_d = \frac{1}{2\pi\tau_1} = 27 \text{ Hz} \quad \text{i} \quad f_g = \frac{1}{2\pi\tau_2} = 19 \text{ MHz}$$

Treba uočiti da kondenzatori za spregu određuju donju, dok parazitne kapacitivnosti određuju gornju graničnu frekvenciju pojačavača.

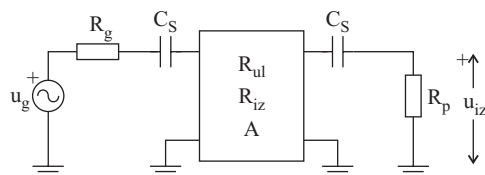
### 3.4. ZADATAK

Za pojačavač sa slike (Slika 3.4.1) odrediti:

- a) Faznu karakteristiku naponskog pojačanja  $A = u_{iz}/u_g$ .

b) Graničnu frekvenciju naponskog pojačanja.

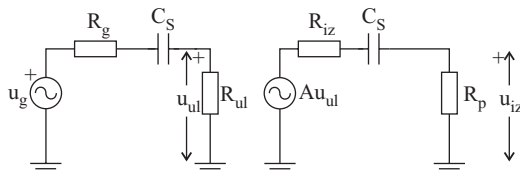
Poznato je  $R_g = R_{iz}$ ,  $R_u = R_p$ .



Slika 3.4.1

**REŠENJE:**

Ako zamenimo model unilateralnog (prenosi signal samo u jednom smeru) pojačavača dobijamo kolo sa slike (Slika 3.4.2).



Slika 3.4.2

Analizom ovog kola dobijamo:

$$(3.4.1) \quad u_{ul} = \frac{sC_S R_{ul}}{1 + sC_S(R_g + R_{ul})} u_g;$$

$$(3.4.2) \quad u_{iz} = A \frac{sC_S R_p}{1 + C_S(R_{iz} + R_p)} u_{ul}$$

odakle sledi da je:

$$(3.4.3) \quad A = A_0 \frac{s\tau_1}{1 + s\tau_1} \frac{s\tau_2}{1 + s\tau_2}$$

gde je:

-  $A_0 = A \frac{R_{ul}}{R_g + R_{ul}} \frac{R_p}{R_p + R_{iz}}$  - pojačanje pojačavača na srednjim frekvencijama

(gde  $C_S$  predstavlja kratak spoj)

-  $\tau_1 = C_S(R_g + R_{ul})$  - vremenska konstanta ulaznog kola

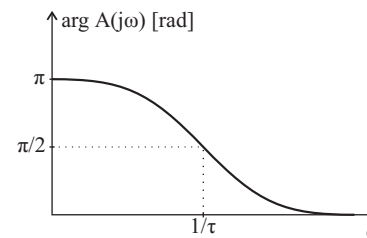
-  $\tau_2 = C_S(R_{iz} + R_p)$  - vremenska konstanta izlaznog kola

S obzirom na to da su za zadate brojne vrednosti elemenata kola vremenske konstante jednake ( $\tau_1 = \tau_2 = \tau$ ) naponsko pojačanje se može izraziti u obliku:

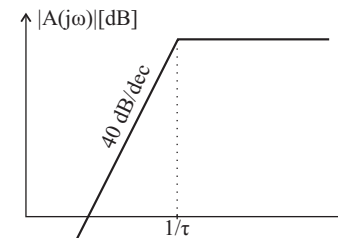
$$(3.4.4) \quad A = A_0 \left( \frac{s\tau}{1 + s\tau} \right)^2$$

Za određivanje fazne karakteristike naponskog pojačanja nije bilo potrebno analizirati kolo. Naime, poznato je da kondenzator u rednoj grani daje doprinos prenosnoj funkciji oblika  $A_0 \frac{s\tau}{1 + s\tau}$ , gde je  $A_0$  konstantna vrednost koja nije funkcija kružne učestanosti, a  $\tau$  predstavlja vremensku konstantu kola u koje je vezan kondenzator. S obzirom na to da u ovom kolu postoje kondenzatori u ulaznom i izlaznom delu kola bilo je moguće direktno napisati oblik funkcije naponskog pojačanja.

Fazna karakteristika naponskog pojačanja prikazana je na slici (Slika 3.4.3).



Slika 3.4.3



Slika 3.4.4

b) Granična frekvencija traži se po definiciji kao:

$$\left| \frac{A(j\omega)}{A_{max}} \right|_{\omega=\omega_g} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

Sa asimptotske aproksimacije modula naponskog pojačanja prikazanog na slici (Slika 3.4.4) očigledno je da se radi o VF filtru (filtru propusniku visokih učestanosti), pa se maksimalna vrednost amplitude dobija kao:

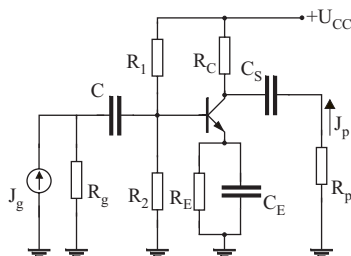
$$A_{max} = \lim_{\omega \rightarrow \infty} |A(j\omega)| = A_0$$

Na osnovu čega se dobija:  $\omega_g = \frac{1/\tau}{\sqrt{\sqrt{2}-1}}$

**3.5. ZADATAK**

Tranzistor u kolu sa slike (Slika 3.5.1) ima parametre:  $h_{11E} = 1,5 \text{ k}\Omega$ ;  $h_{12E} = 0$ ;  $h_{21E} = 100$ ;  $h_{22E} = 0 \text{ S}$ . Elementi kola su:  $R_C = 2 \text{ k}\Omega$ ;  $R_1 = 60 \text{ k}\Omega$ ;  $R_2 = 30 \text{ k}\Omega$ ;  $R_p = 2 \text{ k}\Omega$ ;  $R_E = 1 \text{ k}\Omega$ ;  $R_g = 2 \text{ k}\Omega$ ;  $C \rightarrow \infty$ . Odrediti strujno pojačanje  $A_s = J_p / J_g$ .

- a) na srednjim frekvencijama  $A_{s0} = J_p / J_g$ , ako se uticaj svih kondenzatora u kolu može zanemariti;
- b) ako je  $C_E = 100 \mu\text{F}$ ,  $C_S \rightarrow \infty$ ;



Slika 3.5.1

**REŠENJE:**

a) Kolo za naizmenične signale, pri čemu  $C_S \rightarrow \infty$ ,  $C_E \rightarrow \infty$ , dato je na slici 1.4.2. Na slici je sa  $R_B$  obeležena otpornost

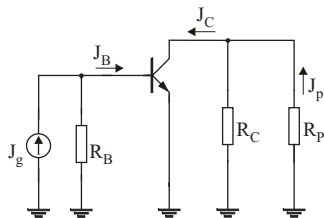
$$(3.5.1) \quad R_B = R_1 \parallel R_2 \parallel R_g = 1,82\text{k}\Omega.$$

Kako su  $h_{12E} = 0$  i  $h_{22E} = 0 \text{ S}$ , izraz za pojačanje na srednjim frekvencijama je:

$$(3.5.2) \quad A_{i0} = \frac{J_p}{J_g} = \frac{R_C}{R_C + R_p} \cdot h_{21E} \cdot \frac{R_B}{R_B + h_{11E}} = 27,41,$$

odnosno u decibelima:

$$A_{i0}[\text{dB}] = 20 \cdot \log A_{i0} = 28,76\text{dB}.$$



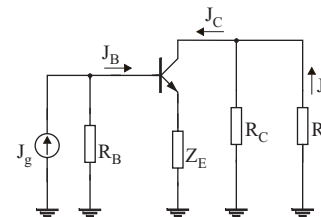
Slika 3.5.2

b) Za konačnu vrednost  $C_E$ , u emitorskom kolu postoji impedansa  $Z_E$ , te ekvivalentno kolo za naizmenični signal ima izgled kao na slici (Slika 3.5.2), gde je

$$(3.5.3) \quad Z_E = \frac{R_E}{1 + s \cdot C_E \cdot R_E}.$$

Strujno pojačanje ovog kola se izračunava na poznati način:

$$(3.5.4) \quad A_i(s) = \frac{J_p}{J_g} = \frac{R_C}{R_C + R_p} \cdot h_{21E} \cdot \frac{R_B}{R_B + h_{11E} + (1 + h_{21E}) \cdot Z_E}$$



Slika 3.5.3

Ako se  $A_{s0}$  izvuče ispred ostatka izraza, dobija se:

$$(3.5.5) \quad A_i(s) = A_{i0} \cdot \frac{1}{1 + \frac{R_E}{1 + s \cdot C_E \cdot R_E} \cdot \frac{1 + h_{21E}}{R_B + h_{11E}}}$$

Ako se uvede da je

$$(3.5.6) \quad k = 1 + R_E \cdot (1 + h_{21E}) / (R_B + h_{11E}) = 30,42$$

tada se strujno pojačanje može napisati kao:

$$(3.5.7) \quad A_s(s) = \frac{A_{s0}}{k} \cdot \frac{1 + s \cdot C_E \cdot R_E}{1 + (s \cdot C_E \cdot R_E) / k} = A_{s0}' \cdot \frac{1 + s / \omega_1}{1 + s / \omega_2},$$

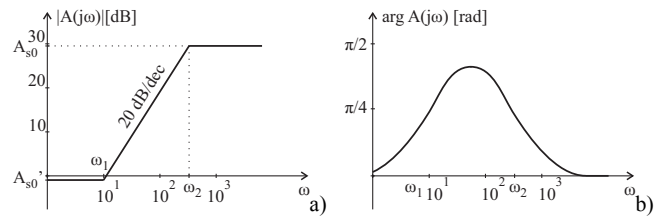
gde su:

$$(3.5.8) \quad A_{s0}' = A_{s0} / k = 0,872 \Rightarrow A_{s0}'[\text{dB}] = -1,19\text{dB}$$

$$(3.5.9) \quad \omega_1 = 1 / (R_E \cdot C_E) = 10\text{rad/s}$$

$$(3.5.10) \quad \omega_2 = k / (C_E \cdot R_E) = 314,2\text{rad/s}$$

Dakle, pojačanje ima jedan pol i jednu nulu. Nula je na  $\omega = \omega_1$ . S obzirom da je  $\omega_1 < \omega_2$  kriva pojačanja počinje da raste od  $A_{s0}'$  do  $A_{s0}$ , dok je pol na frekvenciji  $\omega = \omega_2$ , pri kojoj će pojačanje početi da teži  $A_{s0}$ . Asimptotska aproksimacija amplitudske (a) i fazna karakteristika (b) prikazane su na slici (Slika 3.5.4).



Slika 3.5.4